

MATHEMATIQUES

E3C : dérivation (1), corrigé

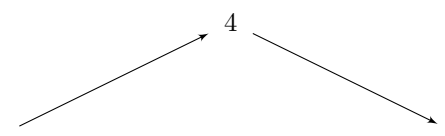
1. a. On a pour tout réel x :

$$f'(x) = -2x + 4$$

A savoir

Si $u(x) = -x^2$, alors $u'(x) = -2x$ et si $v(x) = 4x$, alors $v'(x) = 4$.

b. La fonction $x \mapsto -2x + 4$ est une fonction affine qui s'annule en $x = 2$. Le coefficient devant x est négatif (il vaut -2), donc la droite (qui représente f') descend et par suite son signe est "+, -".

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Conseil

Les variations obtenues doivent être cohérentes avec le graphique. La fonction f est représentée sur l'intervalle $[0 ; 3]$.

$$f(2) = -2^2 + 4 \times 2 = 4$$

2. a. On a $f(3) = -3^2 + 4 \times 3 = -9 + 12 = 3$, donc le point A est bien sur la courbe qui représente f .
On a aussi : $g(3) = \frac{1}{3} \times 3^2 - 4 \times 3 + 12 = 3$, donc le point A est bien sur la courbe qui représente g .

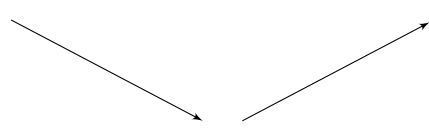
b. La fonction g' est une fonction affine. On cherche la valeur qui l'annule en résolvant l'équation $g'(x) = 0$:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 0 \\ \frac{2}{3}x - 4 &= 0 \\ \frac{2}{3}x &= 4 \\ x &= 4 \div \frac{2}{3} \\ x &= 4 \times \frac{3}{2} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

A savoir

Diviser par $\frac{2}{3}$ revient à multiplier par son inverse soit $\frac{3}{2}$.

On en déduit que g' s'annule en 6 et comme le coefficient devant x est positif (c'est $\frac{2}{3}$), on en déduit que la droite (qui représente g') monte et par suite son signe est "-, +".

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

La fonction g est bien décroissante sur $[3 ; 6]$.

- c. L'équation réduite d'une tangente au point d'abscisse a est donnée par : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
Le point A a pour abscisse $a = 3$.
On a $f'(3) = -2 \times 3 + 4 = -2$ et $f(3) = 3$, d'où $y = -2(x - 3) + 3$.
En développant on obtient comme équation de tangente en $a = 3$ pour la courbe représentant f :

$$y = -2x + 9$$

De la même façon, on a $g'(3) = \frac{2}{3} \times 3 - 4 = 2 - 4 = -2$ et $g(3) = 3$, ce qui donne exactement la même équation réduite de droite pour la tangente.
Par conséquent, les deux courbes ont une tangente commune au point d'abscisse 3.