Chapitre 6

Suites arithmétiques et géométriques

Les savoir-faire

130. Reconnaître une suite arithmétique.
131. Déterminer et utiliser l'expression explicite d'une suite arithmétique.
132. Calculer la somme des premiers termes d'une suite arithmétique.
133. Modéliser un phénomène discret à croissance linéaire par une suite arithmétique.
134. Reconnaître une suite géométrique.
135. Déterminer et utiliser l'expression explicite d'une suite géométrique.
136. Calculer la somme des premiers termes d'une suite géométrique.
137. Modéliser un phénomène discret à croissance exponentielle par une suite géométrique.

I. Suites arithmétiques

Suite arithmétique

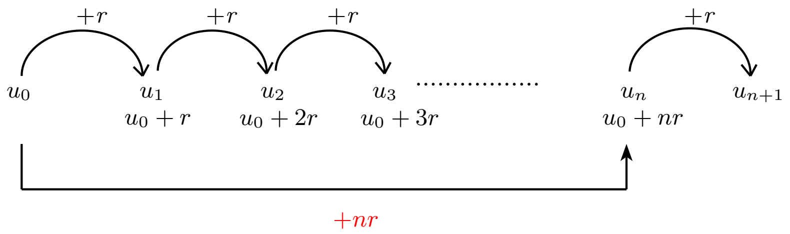
• Une suite est arithmétique lorsqu'on passe d'un terme quelconque au suivant en ajoutant toujours un même nombre r appelé raison.
• Autrement dit, u est une suite arithmétique si, et seulement si pour tout entier naturel n,

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$$

Expression explicite

Si u est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0, alors pour tout entier naturel n,

$$\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$$



Exemples :
1. Déterminer l'expression générale de la suite arithmétique définie par $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = u_n + 3$. Vidéo
2. La suite u définie par $u_n = 7 - 9n$ est-elle arithmétique ? Vidéo
3. Déterminer la raison et le premier terme de la suite arithmétique u telle que : $u_5 = 7$ et $u_9 = 19$. Vidéo

Somme des entiers de 1 à n

Soit n un entier naturel non nul. Alors la somme des n premiers termes non nuls est :

$$1+2+3+\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

Somme des termes d'une suite arithmétique

La somme S de plusieurs termes consécutifs d'une suite arithmétique est telle que :

$$S=(\text{nombre de termes})\times\frac{\text{premier terme }+\text{ dernier terme}}{2}$$

Exemples :

1. Calculer la somme $S=15+16+17+\ldots\ldots\ldots+88$. Vidéo

2. Calculer la somme $S=33+36+39+\ldots\ldots+267$. Vidéo

II. Suites géométriques

Suite géométrique

• Une suite est géométrique lorsqu'on passe d'un terme quelconque au suivant en multipliant toujours par un même nombre q appelé raison.

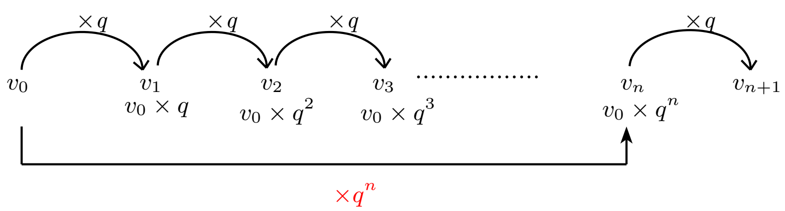
• Autrement dit, v est une suite géométrique si, et seulement si pour tout entier naturel n,

$$\boxed{v_{n+1}=q\times v_n}$$

Expression explicite

Si u est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0, alors pour tout entier naturel n,

$$\boxed{v_n=v_0\times q^n}$$



Exemples :

1. Déterminer l'expression générale de la suite géométrique définie par $u_1=5$ et $u_{n+1}=2u_n$. Vidéo

2. La suite u définie par $u_n=3\times5^{n+1}$ est-elle géométrique ? Vidéo

3. Déterminer la raison et le premier terme de la suite géométrique u telle que : $u_7=16$ et $u_4=2$. Vidéo

Somme des puissances successives

Pour tout réel q non nul et différent de 1, pour tout entier $n\geqslant1$:

$$1+q+q^2+\ldots\ldots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Somme des termes d'une suite géométrique

Soit q un nombre réel avec $q \neq 0$ et $q \neq 1$. La somme S de plusieurs termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q est telle que :

$$S = (1^{\text{er}} \text{ terme}) \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$$

Exemple :

Calculer la somme $S = 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{13}$. Vidéo