
MATHÉMATIQUES

AP : Approfondissements (1)

Exercice 1

Pour chaque question, il est demandé d'indiquer la lettre correspondant à l'unique réponse exacte.

1. Soient x et y deux réels non nuls. Quelle expression est égale à $\frac{x+y}{y}$?
a. $\frac{x}{y} + y$ b. $\frac{x}{y} + 1$ c. $\frac{y}{x} + 1$ d. $xy + 1$ e. $x + 1$
2. Soient a et b deux réels non nuls. Quelle est l'expression égale à $\frac{-5a^2b^2}{15b^3a^2}$?
a. $\frac{1}{3b}$ b. $\frac{a}{3b}$ c. $-\frac{b}{3}$ d. $-\frac{1}{3b}$ e. $-\frac{3}{b}$
3. Soient a, b, x et y quatre réels strictement positifs. Quel est le quotient égal à la somme de $\frac{a}{b}$ et $\frac{x}{y}$?
a. $\frac{ax}{by}$ b. $\frac{a+x}{b+y}$ c. $\frac{ay+bx}{by}$ d. $\frac{a+y}{b+x}$ e. $\frac{by}{ay+bx}$
4. Soit x un réel. Quelle est la moyenne arithmétique des nombres $(2x-3)$ et $(4x+7)$?
a. $6x+4$ b. $3x+2$ c. $x+5$ d. $3x+5$ e. $2x+10$
5. Soient a et b deux réels non nuls. Quelle est la moitié de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?
a. $\frac{a+b}{2}$ b. $\frac{1}{a+b}$ c. $\frac{2}{a+b}$ d. $\frac{a+b}{2ab}$ e. $\frac{2(a+b)}{ab}$
6. Soit a un réel non nul. Quelle est l'expression égale à $\frac{1}{a + \frac{1}{a}}$?
a. $\frac{a}{a^2+1}$ b. $\frac{a}{a+1}$ c. $\frac{1}{a^2+1}$ d. $\frac{1}{a+1}$ e. 1
7. Soient a, b et c trois réels non nuls. Quelle est l'expression égale à $a - \frac{b-c}{b}$?
a. $\frac{ab-b-c}{b}$ b. $a+c$ c. $a + \frac{c}{b}$ d. $ab-b-c$ e. $a-1 + \frac{c}{b}$
8. Soient a et b deux réels. Quelle est l'expression égale à la différence $(a+b)^2 - (a-b)^2$?
a. $2a^2+2b^2$ b. $4ab$ c. $2ab$ d. 0 e. a^2+b^2

Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. $t + u = 5$ si, et seulement si, $t = 2$ et $u = 3$.
2. L'égalité $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ est toujours vraie.
3. Il existe des réels a et b tels que $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.
4. $\frac{2}{3}$ est l'unique solution de $\frac{1}{3x-5} + \frac{x}{2} = 0$.
5. L'équation $x^2 = -4$ n'admet pas de solution.
6. $y^2 = 2y$ si, et seulement si, $y = 2$.
7. $z^2 = 16$ si, et seulement si, $z = 4$.
8. Les fractions $\frac{73}{85}$ et $\frac{81}{93}$ sont égales.
9. Pour tout réel b , je peux calculer $\frac{b^2+1}{b-4}$.
10. Il existe un réel dont l'inverse est égal à l'opposé.

Exercice 3

Répondre, sans utiliser de calculatrice, à chacune des vingt questions figurant dans le tableau ci-dessous.

1.	Quels sont les réels solutions de l'équation $x^2 - 3x = 0$	
2.	Développer et réduire l'expression $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$.	
3.	Calculer et simplifier $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$.	
4.	Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{3 - x}$?	
5.	De quel(s) réel(s) ne peut-on pas calculer l'image par $g : x \mapsto \frac{x^2 + 1}{2x - 3}$?	
6.	Ecrire sous forme canonique le polynôme $P(x) = x^2 - 4x + 7$.	
7.	Développer et réduire $y(y - 1)^2$.	
8.	Soit $g : x \mapsto 2x - 3$. Que vaut $g(g(x))$?	
9.	Sachant que le graphe de $f : x \mapsto x^2 + dx + 3$ passe par le point $M(1 ; 6)$, quelle est la valeur de la constante d ?	
10.	Simplifier le quotient $\frac{6x + 9}{3}$.	
11.	Calculer et simplifier $\frac{1 - \frac{1}{3}}{2 + \frac{1}{4}}$.	
12.	Simplifier $c - (c - (c - (c - d)))$.	
13.	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue x suivante : $3(x + 1) = x - 3$.	
14.	Calculer et simplifier $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$.	
15.	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue x suivante : $\frac{1}{3} = \frac{6}{x^2 + 2}$.	
16.	Soit h la fonction définie par $h(x) = x^2$. Que vaut $h(2x) + h(x + 1)$?	
17.	y désignant un réel différent de 2, simplifier le quotient $\frac{y^2 - 4}{y - 2}$.	
18.	Calculer et simplifier $\frac{4}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$.	
19.	Si u est un réel appartenant à $[-2 ; 3]$, à quel intervalle u^2 appartient-il?	
20.	Calculer et simplifier $\sqrt{(3\sqrt{2})^2 + \sqrt{7^2}}$.	