Parcours d'exercices

Fonctions généralités

(Calculs)

6

FONCTIONS

Ce parcours d'exercices appartient à : ....

Parcours 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Parcours 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Parcours 3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

1 Calculs d'images, d'antécédents, courbe représentative

Exercice 1

1) La courbe représentant la fonction h passe par le point $D(3\ ;\ 0)$.
Donner l'égalité correspondante.
2) L'image de 9 par la fonction m est -7. Traduire cette phrase par une égalité.
3) Traduire l'égalité $g(-3) = -7$ par une phrase contenant le mot « antécédent ».

MathALÉA

Exercice 2

1) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -x^2 - 10x - 8$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction h dans un repère.
M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 8.
Quelle est son ordonnée ?
2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{-3}{x} + 1$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
Existe-t-il des points de $\mathcal{C}$ d'ordonnée -8 ?
Si oui, quelles sont les abscisses possibles de ces points ?

MathALÉA

Exercice 3

Sur toute sèche, la distance de freinage en mètres, d'une voiture est modélisée de la façon suivante : En notant v la vitesse du véhicule (en km/h), sa distance de freinage $d(v)$ (en m) est donnée par le carré de sa vitesse divisée par 202,7.

1) Donner l'expression de $d(v)$ en fonction de v.
2) Calculer au mètre près, la distance de freinage de la voiture si elle roule à 92 km/h.
3) La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse ?
4) La distance de freinage de cette voiture a été de 65 m. Quelle était sa vitesse en km/h arrondie à l'unité ?

MathALÉA

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $D = [-1; 1]$, par :

$$f(x) = 3x^2 - 4$$

1) Déterminer, en expliquant, si la fonction f est paire, impaire, ou ni l'une, ni l'autre.
2) En déduire des éventuelles propriétés graphiques de la représentation graphique de f.

MathALÉA

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 3x^2 + 8x + 4$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
Le point $A(-9; 174)$ appartient-il à $\mathscr{C}_f$? Justifier.

MathALÉA

Exercice 6 : Bilan fonctions (calculs)

Sans brouillon et sans calculatrice. Temps : 3 min

1) Calculer une image par une fonction linéaire.
2) Calculer une image par une fonction affine.
3) Calculer un antécédent par une fonction linéaire.
4) Calculer un antécédent par une fonction affine.

Interactif

Mon résultat : ... /4

MathALÉA

Exercice 7 : Bilan fonctions (calculs)

Sans brouillon et sans calculatrice. Temps : 3 min

1) Calculer une image avec le second degré.
2) Calculer une image avec un quotient.
3) Trouver les valeurs interdites d'une fonction.
4) Calculer une ordonnée à partir de l'abscisse d'un point.

Interactif

Mon résultat : ... /4

MathALÉA

2 S'entraîner/Chercher.

Exercice 8

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Prendre le carré de cette somme

1) Quel résultat obtient-on lorsqu'on choisit le nombre -7 ?
2) a) Quel nombre peut-on choisir pour obtenir 49 ?
   b) Peut-on obtenir -25 ? Justifier la réponse.
3) On appelle f la fonction qui, au nombre choisi, associe le résultat du programme de calcul.
   a) Parmi les fonctions suivantes, quelle est la fonction f ?

$$x \longmapsto x^2 + 25 \qquad x \longmapsto x^2 + 10x + 25$$
$$x \longmapsto x^2 + 5 \qquad x \longmapsto 2(x + 5)$$

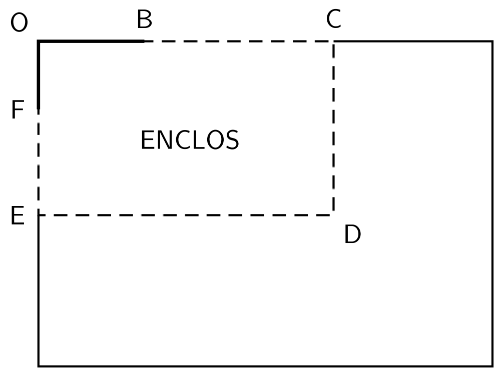
   b) Est-il vrai que -2 est un antécédent de 9 ?
4) a) Résoudre l'équation $(x + 5)^2 = 25$.
   b) En déduire tous les nombres que l'on peut choisir pour obtenir 25 à ce programme de calcul.

D'après DNB

Exercice 9

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle.

[OB] et [OF] sont des murs, OB $=$ 6 m et OF $=$ 4m. La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un **enclos rectangulaire OCDE**. Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.
Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.



1) En plaçant C pour que BC $=$ 5 m, elle obtient que FE $=$ 15 m.
   a) Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
   b) Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m^2.
2) Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à Cyril qui, un peu pressé, lui écrit sur un bout de papier :

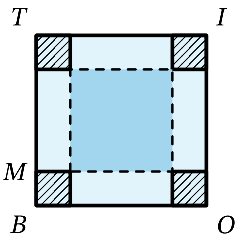
« En notant $BC = x$,
on a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$ »

   a) En notant FE $= y$, montrer que $y = 20 - x$
   b) Démontrer que la formule de Cyril est correcte.
3) À l'aide de la calculatrice, donner les dimensions de l'enclos qui a une aire maximale.

D'après DNB

Exercice 10

On considère un carré de côté 15 cm. Dans chaque coin, on découpe un même carré pour obtenir un patron d'une boîte sans couvercle.



1) Calculer le volume de la boîte lorsque $BM = 3$ cm.
2) Peut-on réaliser une boîte sachant que $BM = 8$ cm ? Expliquer.

   On pose $BM = x$ et on appelle $\mathcal{V}$ la fonction qui à x associe le volume de la boîte sans couvercle.
3) Montrer qu'une expression de la fonction $\mathcal{V}$ est $\mathcal{V}(x) = 4x^3 - 60x^2 + 225x$.
4) Quel est l'ensemble de définition de $\mathcal{V}$?
5) À l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel, tracer la courbe représentative de la fonction $\mathcal{V}$.
6) Pour quelles valeurs de x le volume est-il supérieur ou égal à 100 ?
7) Le volume de cette boîte peut-il dépasser 1 dL ? Si oui, donner les dimensions d'une boîte vérifiant cette condition. Si non, expliquer pourquoi.

D'après sésamath

Exercice 11

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €. Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.

Partie 1

1) Compléter le tableau 1.
2) On appelle x le montant de la réduction (en €). Compléter le tableau 2.
3) Développer l'expression de la recette obtenue à la question 2.

Tableau 1

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	20×500 = 10000
1	19	...	... = ...
...	...	600	... = ...
	16	...	... = ...

Tableau 2

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x	...	...	...

D'après DNB

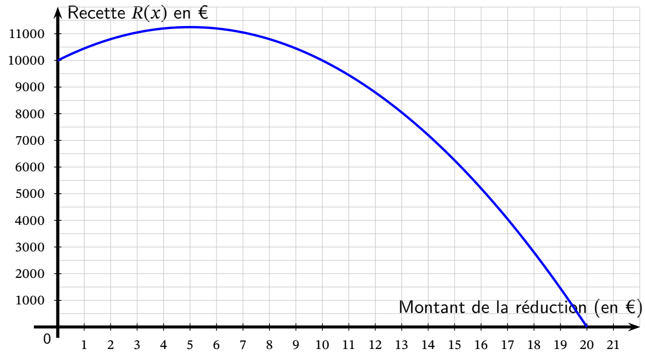
Partie 2

Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette. Il utilise la fonction R donnant la recette (en €) en fonction du montant x de la réduction (en €).

Sa courbe représentative est donnée ci-dessous.

1) Calculer $R(8)$. Interpréter.
2) Montrer qu'un antécédent de 11250 est 5.

   Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique) :
3) Quelle est la recette pour une réduction de 2 € ?
4) Quel est le montant de la réduction pour une recette de 4050 € ? Quel est alors le prix d'une place ?
5) Quelle est la recette maximale ? Quel est alors le prix de la place ?



Exercice 12

Le triangle ABC rectangle isocèle en B est tel que $AB = BC = 4$ cm. On note M le point de $[AB]$ tel que $AM = x$ avec $0 \leqslant x \leqslant 4$. On place les points P et Q respectivement sur $[BC]$ et sur $[AC]$ tels que le quadrilatère $MBPQ$ soit un rectangle.

Partie A

1) Exprimer MB en fonction de x.
2) Pour quelle(s) valeur(s) de x le rectangle $MBPQ$ est-il un carré ?
3) Montrer que l'aire $S(x)$, en cm^2, du rectangle $MBPQ$ est égale à : $x(4 - x)$.
4) Tracer une représentation graphique de S.

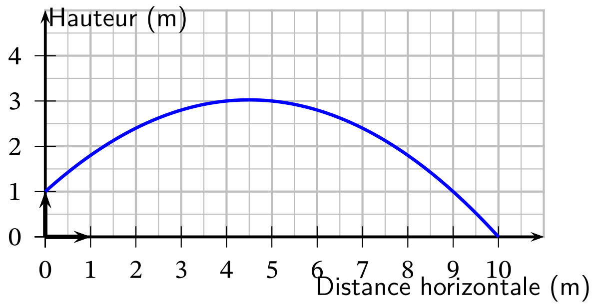
Partie B

1) Donner les dimensions des rectangles $MBPQ$, lorsqu'ils existent, ayant pour aire 2, 4 et 5 cm^2.
2) Vérifier que $x(4 - x) - 3 = (1 - x)(x - 3)$.
3) En déduire les antécédents de 3 par la fonction S. Combien peut-on trouver de rectangles $MBPQ$ ayant une aire de 3 cm^2 ?

Sésamath

Exercice 13

Pour son anniversaire, Julien a reçu un arc. Il tire une flèche. La trajectoire de la pointe de cette flèche est représentée ci-dessous. La courbe donne la hauteur en mètres (m) en fonction de la distance horizontale en mètres (m) parcourue par la flèche.

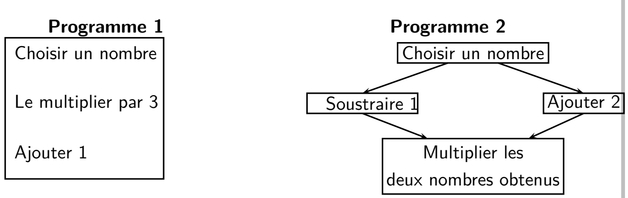


1) Dans cette partie, les réponses seront données grâce à des **lectures graphiques**.
   a) De quelle hauteur la flèche est-elle tirée ?
   b) À quelle distance de Julien la flèche retombe-t-elle au sol ?
   c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la flèche ?
2) Dans cette partie, les réponses seront justifiées par des **calculs** :
   La courbe ci-dessus représente la fonction f définie par $f(x) = -0,1x^2 + 0,9x + 1$.
   a) Montrer que résoudre l'équation $f(x) = 1$ revient à résoudre l'équation
      $x(-0,1x + 0,9) = 0$.
      Résoudre cette équation. Que peut-on en déduire ?
   b) Calculer $f(5)$.
   c) La flèche s' élève-t-elle à plus de 3 m de hauteur ?

D'après DNB

Exercice 14

Voici deux programmes de calcul :

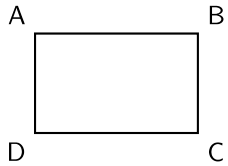


1) On choisit 5 comme nombre de départ.
   Calculer les résultats obtenus avec chacun des deux programmes.
   On appelle $A(x)$ et $Bx)$ les résultats des programmes 1 et 2 en fonction du nombre x choisi au départ.
2) a) Exprimer $A(x)$ en fonction de x.
   b) Montrer que $B(x) = x^2 + x - 2$.
   c) Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir $\frac{1}{3}$ comme résultat du programme 1.
   d) Déterminer les nombres que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 2.
3) a) Montrer que $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)$.
   b) Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat ? Expliquer la démarche.

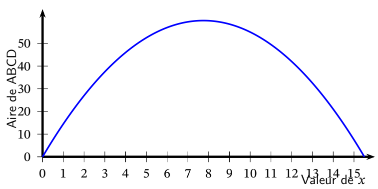
D'après DNB

Exercice 15

Dans cet exercice, on considère le rectangle ABCD ci-dessous tel que son périmètre soit égal à 31 cm.



1) a) Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?
   b) Proposer une autre longueur et trouver la largeur correspondante.
   c) On appelle x la longueur AB.
      En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de 31 cm, exprimer la longueur BC en fonction de x.
   d) En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.
2) On considère la fonction f définie par :
   $$f(x) = x(15,5 - x).$$
   a) Calculer $f(4)$.
   b) Vérifiez qu'un antécédent de $52,5$ est 5.
3) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de x.



   À l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées :
   a) Quelle est l'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 cm ?
   b) Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm^2 ?
   c) Quelle est l'aire maximale de ce rectangle ? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue ?
4) Que peut-on dire du rectangle ABCD lorsque AB vaut $7,75$ cm ?

DNB

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 2
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 3
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 4
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 5
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 6
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 7
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 8

1) 4.
2) a) 2.
   b) On ne peut pas trouver de résultat final négatif puisque celui-ci est un carré.
3) a) C'est la fonction $x \longmapsto x^2 + 10x + 25$.
   b) C'est faux.
4) a) Il y a donc deux solutions 0 et -10.
   b) 0 et -10

Corrigé de l'exercice 9

1) a) Elle utilise bien tout le grillage.
   b) L'aire de l'enclos est donnée par : $OC \times OE$.
2) a) Comme la longueur du grillage est 50 m, on obtient l'égalité :

$$y + (x + 6) + (y + 4) + x = 50$$

   Soit $y = 20 - x$.
   b) L'aire de l'enclos est alors donnée par : $(x+6)(y+4) =$ ....
3) L'aire de l'enclos est maximale lorsque $x = 9$. La largeur de l'enclos est $x + 6 = 15$ m et sa longueur est $y + 4 = 20 - x + 4 = 15$ m.
   C'est un carré ! L'aire maximale est 225 m^2.

Corrigé de l'exercice 10

1) 243 cm^3.
2) Non.
3) Le volume est donné par Longueur × Largeur × Hauteur, soit $\mathcal{V} = (15 - 2x)^2 \times x$.
4) $]0\,;\ 7,5[$
5) On utilise le menu Graph de la calculatrice.
6) $x \in [0,51\,;\ 5,34]$
7) Oui, par exemple $x = 3$.

Corrigé de l'exercice 11
Partie 1

1) Utilisez l'exemple donné (première ligne du tableau)
2) Le tableau 2 est une généralisation du tableau 1.
3) $-50x^2 + 500x + 10000$

Partie 2

1) $R(8) = 10800$.
2) $R(5) = 11250$.
3) 10800
4) Réduction : 16,80 € et donc prix de la place : 3,20 €.
5) 11300 €. Prix de la place 15 €.

Corrigé de l'exercice 12
Partie A

1) $MB = 4 - x$
2) $x = 2$
3) L'aire est donnée par Longueur × Largeur.
4) On utilise le menu Graph de la calculatrice.

Partie B

1) • pour 2 cm^2 : il y a deux rectangles possibles.
   • pour 4 cm^2 : il y a un rectangle possible.
   • pour 5 cm^2 : aucun rectangle possible.
2) Il faut développer les deux membres.
3) Résoudre $x(4 - x) = 3$ revient à résoudre ...

Corrigé de l'exercice 13

1) a) 1 m
   b) 10 m
   c) 3 m
2) a) Se ramener à un second membre nul, puis factoriser. 2 solutions : 0 et ...
   b) $f(5) = 3$
   c) Oui

Corrigé de l'exercice 14

1) 16 et 28
2) a) $A(x) = 3x + 1$.
   b) Développez l'expression obtenue.
   c) $-\dfrac{2}{9}$
   d) 1 et -2
3) a) Faites deux calculs séparés. .
   b) Les deux nombres obtenus sont égaux donc leur différence est nulle.

Corrigé de l'exercice 15

1) a) Si ℓ est la largeur on a :

$\ell = 5,5$ cm.

b) Si la longueur a pour mesure 13 cm, on a : $\ell = 2,5$ cm.

c) $\ell = 15,5 - x$.

d) $\mathcal{A}(x) = 15,5x - x^2$.

2) a) $f(4) = 46$ cm^2.

b) $f(5) = 52,5$ cm^2.

3) a) À peu près 38.

b) À peu près 3,3 et 12,2.

c) On lit un peu plus de 60 cm^2 pour $x \approx 7,75$.

4) Si $x = 7,75$ alors l'autre côté mesure $7,75$ donc le rectangle est ...