

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

# Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Lycée Louise Michel (Gisors)

# Les savoir-faire

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

130. Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique.
131. Connaître et utiliser la courbe et les propriétés de ces fonctions (parité, périodicité, ...)
132. Etudier des fonctions simples définies à partir de fonctions trigonométriques.

# Le problème de Nabolos

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

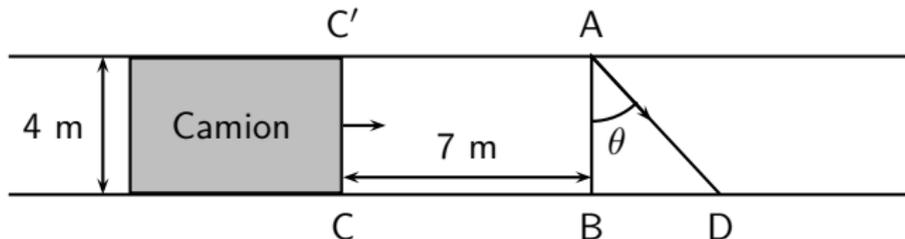
Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

Un camion, occupant les 4 mètres de large d'un chemin rectiligne, arrive à la vitesse de  $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  à proximité d'un lapin. Au moment où le camion n'est plus qu'à 7 mètres du lapin, celui-ci sursaute et traverse le chemin en ligne droite à  $30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Sur le schéma ci-dessous : le segment  $[CC']$  représente l'avant du camion ; le lapin va du point  $A$  au point  $D$  avec un angle  $\theta = \widehat{BAD}$  où  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  (en radians).



Le lapin aura-t-il traversé la route avant le passage du camion ?

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction cosinus, notée  $\cos$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\cos(x)$ .

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction cosinus, notée  $\cos$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\cos(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\cos$  est :

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction cosinus, notée  $\cos$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\cos(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\cos$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos'(x) = -\sin(x)$ .

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction cosinus, notée  $\cos$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\cos(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\cos$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos'(x) = -\sin(x)$ .
- paire : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(-x) = \cos(x)$ . Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction cosinus, notée  $\cos$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\cos(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\cos$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos'(x) = -\sin(x)$ .
- paire : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(-x) = \cos(x)$ . Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- $2\pi$ -périodique : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ . Sa courbe représentative est invariante par translation de vecteur  $2\pi\vec{u}$ .

# Variations

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

On déduit les variations de la fonction  $\cos$  sur  $\mathbb{R}$  de ses variations sur  $[0 ; \pi]$ . En effet, elle est  $2\pi$ -périodiques et elle est paire.

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\cos'(x)$	-		
$\cos(x)$	1	0	-1

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction sinus, notée  $\sin$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\sin(x)$ .

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction sinus, notée  $\sin$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\sin(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\sin$  est :

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction sinus, notée  $\sin$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\sin(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\sin$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin'(x) = \cos(x)$ .

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction sinus, notée  $\sin$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\sin(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\sin$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin'(x) = \cos(x)$ .
- impaire : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin(-x) = -\sin(x)$ . Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère ;

# Définition et propriétés

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Définition

La fonction sinus, notée  $\sin$ , est la fonction qui à tout  $x \in \mathbb{R}$  associe le réel  $\sin(x)$ .

## Propriétés

La fonction  $\sin$  est :

- dérivable sur  $\mathbb{R}$  : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin'(x) = \cos(x)$ .
- impaire : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin(-x) = -\sin(x)$ . Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère ;
- $2\pi$ -périodique : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ . Sa courbe représentative est invariante par translation de vecteur  $2\pi\vec{i}$ .

# Variations

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

On déduit les variations de la fonction  $\sin$  sur  $\mathbb{R}$  de ses variations sur  $[0 ; \pi]$ . En effet, elle est  $2\pi$ -périodiques et elle est impaire.

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\sin'(x)$	+	0	-
$\sin(x)$	0	1	0

The table illustrates the variation of the sine function on the interval  $[0, \pi]$ . The first row shows the values of  $x$  at the boundaries and the critical point. The second row shows the sign of the derivative  $\sin'(x)$ , which is positive on  $(0, \frac{\pi}{2})$  and negative on  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ . The third row shows the values of the function  $\sin(x)$ , which increases from 0 at  $x=0$  to a maximum of 1 at  $x=\frac{\pi}{2}$ , and then decreases back to 0 at  $x=\pi$ . Arrows in the third row point from the 0s to the 1, indicating the direction of the function's change.

# Courbes

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

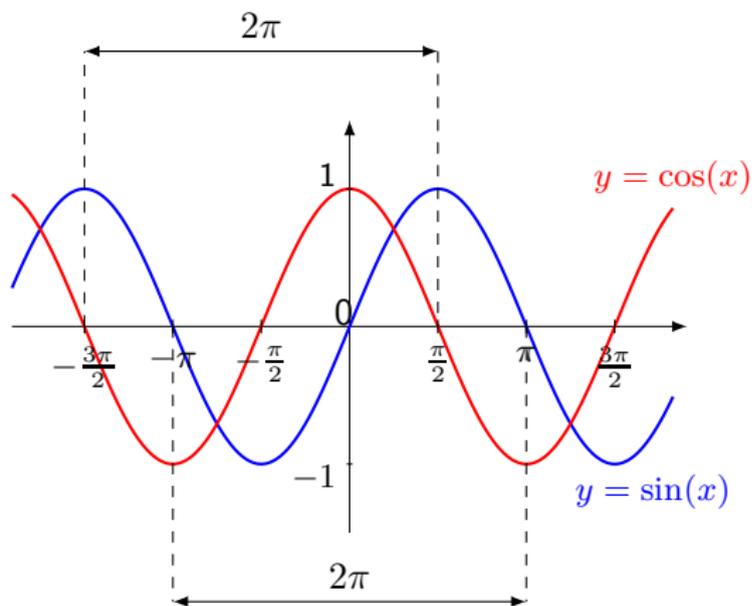
La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique



# Fonctions $\sin u$ et $\cos u$ .

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriétés

Soit une fonction  $u$  dérivable sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

# Fonctions $\sin u$ et $\cos u$ .

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriétés

Soit une fonction  $u$  dérivable sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

- La fonction  $f$  définie par  $f(x) = \cos(u(x))$  est dérivable sur  $I$  et :  $f'(x) = -u' \sin(u(x))$ .

# Fonctions $\sin u$ et $\cos u$ .

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriétés

Soit une fonction  $u$  dérivable sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

- La fonction  $f$  définie par  $f(x) = \cos(u(x))$  est dérivable sur  $I$  et :  $f'(x) = -u' \sin(u(x))$ .
- La fonction  $g$  définie par  $g(x) = \sin(u(x))$  est dérivable sur  $I$  et :  $f'(x) = u' \cos(u(x))$ .

# Equation $\cos x = \cos a$

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

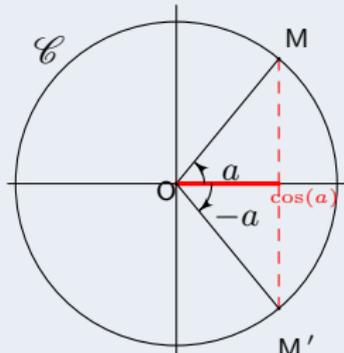
Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriété

L'équation  $\cos x = \cos a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :



# Equation $\cos x = \cos a$

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

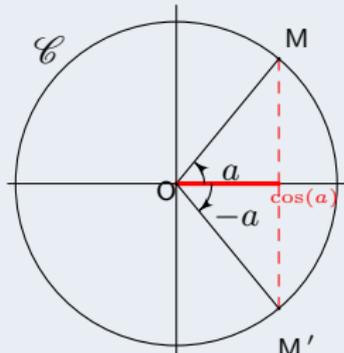
Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriété

L'équation  $\cos x = \cos a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :

$$x = a + 2k\pi$$

et



# Equation $\cos x = \cos a$

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

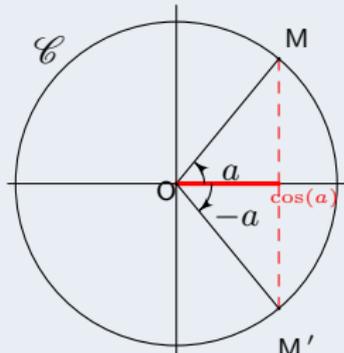
Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriété

L'équation  $\cos x = \cos a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :

$$x = a + 2k\pi$$

$$\text{et } x = -a + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}.$$



# Equation $\sin x = \sin a$

Fonctions trigonométriques

[www.mathGM.fr](http://www.mathGM.fr)

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

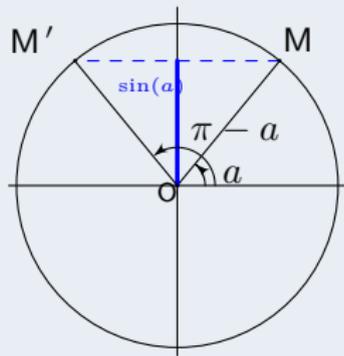
Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriété

L'équation  $\sin x = \sin a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :



# Equation $\sin x = \sin a$

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

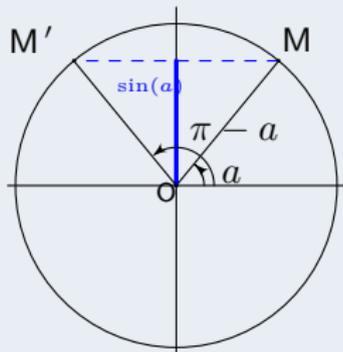
Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Propriété

L'équation  $\sin x = \sin a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :

$$x = a + 2k\pi$$

et



## Exemples

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin x = -0,5$ . [Vidéo 1](#)

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin 3x = 1$ . [Vidéo 2](#)

# Equation $\sin x = \sin a$

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

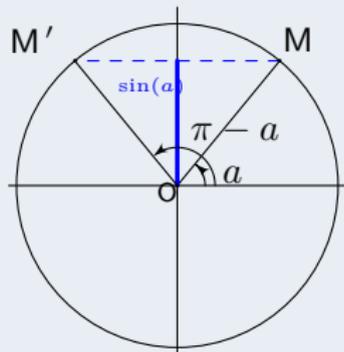
## Propriété

L'équation  $\sin x = \sin a$  a  
pour solutions les nombres  
réels :

$$x = a + 2k\pi$$

$$\text{et } x = \pi - a + 2k\pi$$

où  $k \in \mathbb{Z}$ .



## Exemples

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin x = -0,5$ . [Vidéo 1](#)

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin 3x = 1$ . [Vidéo 2](#)

# Exemple

Fonctions trigonométriques

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Le problème du chapitre

La fonction cosinus

La fonction sinus

Les représentations graphiques

Compléments sur la dérivation

Equations trigonométriques

Etude d'une fonction  
trigonométrique

## Exemple

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \cos(2x) - \frac{1}{2}$$

Etudier la parité de  $f$ . [Vidéo](#)

Démontrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$ . [Vidéo](#)

Etudier les variations de  $f$ . [Vidéo](#)

Représenter graphiquement la fonction  $f$ . [Vidéo](#)