MATHEMATIQUES
Rappels sur la dérivation

1 Nombre dérivé

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I contenant le réel a.
On dit que f est dérivable en a si le quotient $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers une limite ℓ finie quand h tend vers 0.
Le nombre réel ℓ est appelé nombre dérivé de f en a et est noté $f'(a)$:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

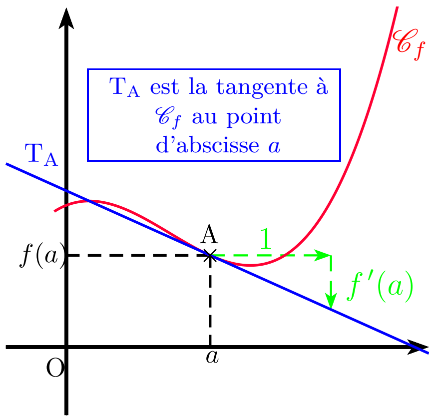
Si la limite est infinie ou si elle n'existe pas, f n'est pas dérivable en a.

2 Tangente à une courbe

Définition et propriété

Soit f une fonction dérivable en a, $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative et A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.

- La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est :
  la droite passant par le point A dont le coefficient directeur est $f'(a)$.
- Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a est donnée par :
  $$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$



Remarque : Au voisinage du point A, la tangente est la droite la plus proche de la courbe $\mathscr{C}_f$.

3 Fonctions dérivées

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que f est dérivable sur I si f admet un nombre dérivé en tout réel x de I.
f' est la fonction dérivée de f qui, à tout réel x de I, associe le nombre dérivé de f en x.

Propriétés

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I et λ un réel.
- Les fonctions $u+v$, uv et λu sont dérivables sur I ;
- Si pour tout $x\in$ I, $v(x)\neq 0$, les fonctions $\dfrac{1}{v}$ et $\dfrac{u}{v}$ sont dérivables sur I.

En particulier : Les fonctions polynômes sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et les fonctions rationnelles sont dérivables sur n'importe quel intervalle sur lequel elles sont définies.

4 Dérivée des fonctions de référence et opérations

$f(x)$	k	$mx+p$	x^2	x^n	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$
Dérivable sur	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$]-\infty\,;0[$ ou $]0\,;+\infty[$	$\mathbb{R}_+^*$
$f'(x)$	0	m	$2x$	nx^{n-1}	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

On considère u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I :

Fonction	$u+v$	$u\times v$	λu λ constante	$\frac{1}{v}$ ($v\neq 0$ sur I)	$\frac{u}{v}$ ($v\neq 0$ sur I)
Fonction dérivée	$u'+v'$	$u'v+uv'$	$\lambda u'$	$\frac{-v'}{v^2}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$

5 Lien entre sens de variation et signe de la dérivée

Théorème

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.

- Si la dérivée f' est positive sur l'intervalle I, alors la fonction f est croissante sur I.
- Si la dérivée f' est négative sur l'intervalle I, alors la fonction f est décroissante sur I.
- Si la dérivée f' est nulle en toute valeur de l'intervalle I, alors la fonction f est constante sur I.

Remarque : Lorsque f' s'annule et change de signe en a alors f admet un extremum atteint en a.