

MATHEMATIQUES

E3C : dérivation (3), corrigé

1. Les variations de la fonction f donnent le signe de la fonction dérivée. On en déduit le tableau de variations complété :

x	-2	0	4	6
Signe de $f'(x)$	+	0	-	+
Variations de f	-2	↗ 30 ↘	-2	↗ 30

2. L'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions x_1, x_2 et x_3 avec :

$$-2 < x_1 < -1 \quad 3 < x_2 < 4 \quad 4 < x_3 < 5$$

Explication

Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection entre la courbe et l'axe des abscisses.

3. $f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2. Cette droite est la droite (BD) . Son coefficient directeur est donc :

$$\frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{-10 - 14}{4 - 2} = \frac{-24}{2} = -12$$

On en déduit :

$$f'(2) = -12$$

4. Il y a deux courbes qui représentent des fonctions compatibles avec le tableau de signes de la fonction f' : proposition 1 et proposition 3.

En utilisant le fait que $f'(2) = -12$, on élimine la proposition 3. En effet sur celle-ci l'image de 2 par la fonction représentée est environ -6 . C'est donc la courbe de la proposition 1 qui représente la fonction f' .

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 5 est donnée par :

$$y = f'(5)(x - 5) + f(5)$$

On lit graphiquement que $f(5) = 5$ et $f'(5) = 15$.

Par conséquent $y = 15(x - 5) + 5$ soit $y = 15x - 70$.

L'équation réduite de la tangente à la courbe au point d'abscisse 5 est :

$$y = 15x - 70$$