Cours & méthodes

Suites arithmétiques et géométriques

6

ALGÈBRE

1 Suites arithmétiques

Définition : Suite arithmétique

- Une suite est arithmétique lorsqu'on passe d'un terme quelconque au suivant en ajoutant toujours un même nombre r appelé raison.
- Autrement dit, u est une suite arithmétique si, et seulement si pour tout entier naturel n,

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$$

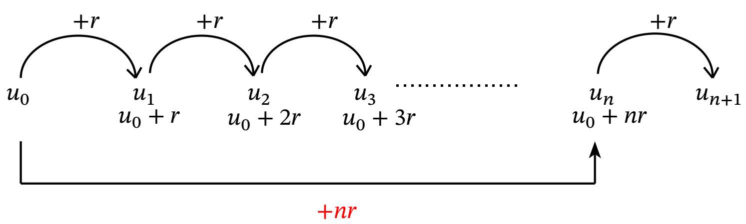
Propriété : Expression explicite

Si u est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0, alors pour tout entier naturel n,

$$\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$$

Remarque

La propriété précédente peut-être utilisée avec d'autres termes que u_0 :
$u_n = u_1 + (n-1)r = u_2 + (n-2)r = \ldots$ et de façon générale pour p entier naturel, $u_n = u_p + (n-p)r$.



Méthode : Trouver le terme général d'une suite arithmétique

Déterminer l'expression générale de la suite arithmétique définie par $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = u_n + 3$.

Méthode : Montrer qu'une suite est arithmétique

La suite u définie par $u_n = 7 - 9n$ est-elle arithmétique ?

Méthode : Déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique

Déterminer la raison et le premier terme de la suite arithmétique u telle que : $u_5 = 7$ et $u_9 = 19$.

Propriété : Somme des entiers de 1 à n

Soit n un entier naturel non nul. Alors la somme des n premiers termes non nuls est :

$$1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Propriété : Somme des termes d'une suite arithmétique

La somme S de plusieurs termes consécutifs d'une suite arithmétique est telle que :

$$S = (\text{nombre de termes}) \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

Méthode : Calculer une somme

Calculer la somme $S = 15 + 16 + 17 + \ldots\ldots\ldots + 88$.

Méthode : Calculer une somme

Calculer la somme $S = 33 + 36 + 39 + ... + 267$.

---

2 Suites géométriques

Définition : Suite géométrique

- Une suite est géométrique lorsqu'on passe d'un terme quelconque au suivant en multipliant toujours par un même nombre q appelé raison.
- Autrement dit, v est une suite géométrique si, et seulement si pour tout entier naturel n,

$$\boxed{v_{n+1} = q \times v_n}$$

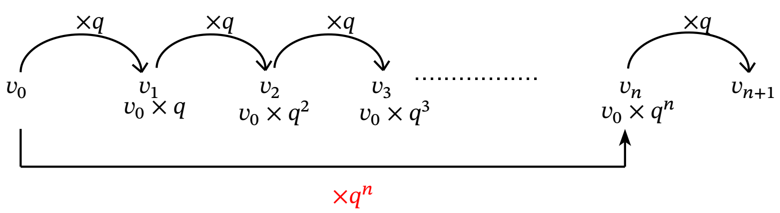
Propriété : Expression explicite

Si v est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0, alors pour tout entier naturel n,

$$\boxed{v_n = v_0 \times q^n}$$

Remarque

La propriété précédente peut-être utilisée avec d'autres termes que u_0 :
$u_n = u_1 \times q^{n-1} = u_2 \times q^{n-2} = ...$ et de façon générale pour p entier naturel, $u_n = u_p \times q^{n-p}$.



Méthode : Déterminer le terme général d'une suite géométrique

Déterminer l'expression générale de la suite géométrique définie par $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = 2u_n$.

Méthode : Montrer qu'une suite est géométrique

La suite u définie par $u_n = 3 \times 5^{n+1}$ est-elle géométrique ?

Méthode : Déterminer la raison et le premier terme d'une suite géométrique

Déterminer la raison et le premier terme de la suite géométrique u telle que : $u_7 = 16$ et $u_4 = 2$.

Propriété : Somme des puissances successives

Pour tout réel q non nul et différent de 1, pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$1 + q + q^2 + \dots\dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Propriété : Somme des termes d'une suite géométrique

Soit q un nombre réel avec $q \neq 0$ et $q \neq 1$. La somme S de plusieurs termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q est telle que :

$$S = (1^{\text{er}} \text{ terme}) \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$$

Méthode : Calculer une somme

Calculer la somme $S = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots\dots + 3^{13}$.