Parcours d'exercices

Les suites

(Généralités)

2

ALGEBRE

Ce parcours d'exercices appartient à : ....

Parcours 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

27 26 25 24 23

Parcours 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

27 26 25 24 23

Parcours 3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

27 26 25 24 23

1 Calculs de termes

Exercice 1

Une suite étant donnée, calculer le terme demandé.

1) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n - 1$. Calculer u_{11}.
2) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 - 4n - 6$. Calculer u_5.

MathALÉA

Exercice 2

Une suite étant donnée, calculer le terme demandé.

1) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = u_n - 10$.
   Calculer u_5.
2) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = -4$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = -4u_n + 5$.
   Calculer u_2.

MathALÉA

Exercice 3

Pour chacune des suites, calculer u_1, u_2 et u_3.

1) u définie pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = \dfrac{3n+1}{2n}$.
2) u définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 2 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.
3) u définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \sum\limits_{k=0}^{n} 2^k = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$.

Sésamath

Exercice 4

Pour chacune des suites ci-dessous :

1) Calculer u_1, u_2 et u_3 (vérifier à la calculatrice).
2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}.

- u définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3. \end{cases}$
- u définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -2u_n. \end{cases}$
- u définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = nu_n + 3. \end{cases}$

Sésamath

Exercice 5

u est la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = (n+1)u_n \end{cases}.$$

1) Calculer u_1, u_2 puis u_3.
2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}.

Sésamath

Exercice 6

u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + 2 + ... + n$.
Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

Sésamath

Exercice 7

u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} ... + \frac{1}{2^n}$.
Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

Sésamath

Exercice 8

Calculer :

1) $\sum_{k=0}^{3} k^2$
2) $\sum_{k=0}^{3} (-1)^k$
3) $\sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1}$
4) $\sum_{k=0}^{2} (2k+1) \times (-1)^k$

Sésamath

Exercice 9

Compléter.

1) $3 + 4 + 5 + ... + 9 = \sum_{k=...}^{...} ...$
2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \sum_{k=...}^{...} ...$

Sésamath

Exercice 10

Dans un tableur, on considère le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	0	0	0	1	1	0	1
2	1	=2*A2	=C1+2	=3^A2	=3*E1	=F1+3*A1	=2*G1
3	2						
4	3						
5	4						
6							
7							

1) On demande au tableur d'évaluer les formules de B2 à G2. Quels nombres vont apparaître ?
2) On étire les formules vers le bas, compléter alors le tableau.
3) Si on étire les cellules suffisamment vers le bas, pouvez-vous prévoir les nombres qui vont apparaître dans les cellules B100 et G100 ?

Exercice 11

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel par :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}.$$
On utilise un tableur pour calculer les premiers termes de cette suite.

	A	B
1	n	u_n
2	0	3
3	1	
4		

On veut compléter la colonne B par recopie vers le bas. Quelle formule a été saisie dans la cellule $B3$?

Exercice 12

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel par : $u_n = n^2 - 1$.
Avec un tableur on obtient :

	A	B
1	n	u_n
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	

On veut compléter la colonne B par recopie vers le bas. Quelle formule a été saisie dans la cellule $B2$?

Exercice 13

Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel par :
$$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 1,7v_n - 2 \end{cases}.$$
Avec un tableur on obtient :

	A	B
1	n	v_n
2	0	
3		
4		
5		

On veut compléter les colonnes A et B par recopie vers le bas. Quelles formules ont été saisies dans les cellules $A3$ et $B3$?

Exercice 14

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} = 5w_n - 2n. \end{cases}$$

Que doit-on écrire dans les cellules B2 et C2 pour qu'en étirant vers la droite le contenu de la cellule B2, on obtienne les premiers termes de la suite u ?

	A	B	C	D	
1	n	0	1	2	3
2	w_n				
3					

Exercice 15

On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B
1	0	=2*A1+1
2	1	
3	2	
4	3	
5	4	

On saisit la formule =2*A1+1 dans la cellule **B1**.

1) Quels sont alors les résultats obtenus dans chacune des cellules **B2**, **B3** et **B4** ?

2) Que permet de calculer cette saisie ?

Exercice 16

On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B
1	0	5
2	1	=A1-6*B1
3	2	
4	3	
5	4	

On saisit la formule =A1-6*B1 dans la cellule **B2**.

1) Quels sont alors les résultats obtenus dans chacune des cellules **B2**, **B3** et **B4** ?

2) Que permet de calculer cette saisie ?

Exercice 17

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
def u(n):
    u=1
    for i in range(n):
     u=2*u+1
    return u
```

Un utilisateur saisit u(4) dans la console.
Que vaut le nombre u(4) ?

Exercice 18

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
def u(n):
    u=1/3
    for k in range(n):
        u=1/u-1
    return u
```

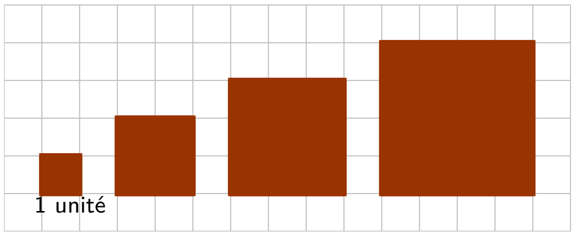
```
def w(n):
    w=5
    for k in range(1,n+1):
        w=w+3*(k-1)
    return w
```

Qu'obtient-on lorsqu'on appelle **u(3)** et **w(4)** dans la console ?

2 Modéliser avec une suite

Exercice 19

On construit une suite de carrés comme ci-dessous. Le n-ième carré a pour côté n unités.



Pour tout entier naturel n non nul, on note a_n l'aire du n ième carré et p_n le périmètre du n ième carré.

1) Donner a_1, a_2, p_1 et p_2.

2) Déterminer les expressions de a_n et p_n en fonction de n.

Exercice 20

Le 1er janvier 2018, Louise ouvre un livret d'épargne sur lequel elle dépose 6 000 €. Elle décide de verser 900 € sur ce livret chaque 1er janvier à partir de 2019.
Le taux de rémunération de ce livret est fixé à 2 % par an et les intérêts sont versés sur le livret le 1er janvier de chaque année.
Louise souhaite déterminer le montant dont elle disposera le 1er janvier 2024.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le montant exprimé en euros, disponible sur le livret le 1er janvier de l'année $2018+n$. On a donc $u_0 = 6000$.

1) Montrer que $u_1 = 7020$. Que représente ce nombre ?

2) Interpréter puis calculer u_2.

3) Montrer que $u_{n+1} = 1,02u_n + 900$ pour tout entier naturel n.

4) Avec un tableur, Louise a obtenu $u_5 \simeq 11308,12$ arrondi au centième. Ce nombre correspond-il au montant dont disposera Louise le 1er janvier 2024 ? Sinon déterminer ce montant.

Exercice 21

Une ville compte 2 000 habitants en 2021.
Elle enregistre chaque année une augmentation de 2 % d'habitants.
À l'aide d'une suite (que l'on notera u), modéliser cette situation pour estimer le nombre d'habitants dans n années.
Préciser ce que désigne n, u_n et la valeur du premier terme de cette suite et la relation de récurrence modélisant la population.

Exercice 22

Une salle de sport compte 500 abonnés en 2019. Chaque année, 80 % des personnes inscrites renouvellent leur abonnement et 20 nouvelles personnes s'abonnent.
On note (u_n) la suite correspondant au nombre d'abonnés en $2019 + n$.

1) Combien y aura-t-il d'abonnés en 2021 ?
2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
3) À l'aide de la calculatrice, déterminer combien il y aura d'abonnés en 2030. On arrondira à l'entier inférieur.
4) Si le nombre d'abonnés devient inférieur à 101, la salle de sport décide de fermer.
À l'aide de la calculatrice, déterminer si la salle de sport fermera. Le cas échéant, déterminer en quelle année.

Ed. Magnard

Exercice 23

Une ludothèque possède 100 jeux de société en 2019. Chaque année, elle donne 5 % de ses jeux à une œuvre de charité et décide d'acheter 10 nouveaux jeux.

1) Combien aura-t-elle de jeux en 2020 ?
2) On note u_n le nombre de jeux de société de la ludothèque en $2019 + n$.
Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

Ed. Magnard

3 Je m'évalue

Exercice 24

Temps : 10 min

Interactif

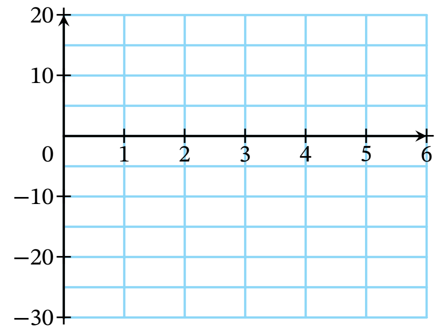
Mon résultat : ... /10

MathALÉA

4 Représentation graphique

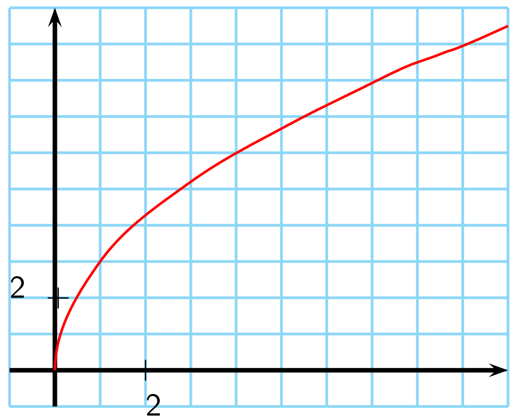
Exercice 25

On considère la suite u définie par :$u_n = -n^2+0,5n+1$
Représenter cette suite dans le repère ci-dessous.



Exercice 26

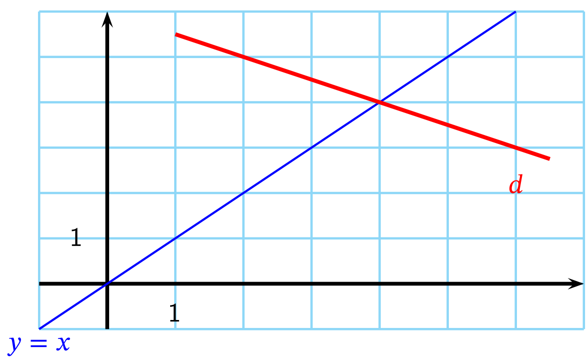
Soit (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.
On a construit ci-dessous la courbe représentative de f.



Lire graphiquement une valeur approchée de u_4.

Exercice 27

On considère une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $u_0 = 2$.
On a construit ci-dessous la courbe représentative d de f ainsi que la droite d'équation $y = x$.
Construire u_3 sur l'axe des abscisses.



(Correction)

Corrigé de l'exercice 1
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 2
Corrigé en ligne.
Corrigé de l'exercice 3

1) $u_1 = 2, u_2 = \frac{7}{4}, u_3 = \frac{5}{3}$.
2) $u_1 = 1, u_2 = \frac{1}{2}, u_3 = \frac{1}{4}$.
3) $u_1 = 3, u_2 = 7, u_3 = 15$.

Corrigé de l'exercice 4

1) • $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 5$.
   • $u_1 = 1, u_2 = \frac{1}{2}, u_3 = \frac{1}{4}$.
2) • $u_n = \frac{1}{2} \times u_{n-1} + 3$
   • $u_n = -2u_{n-1}$.
   • $u_1 = (n-1)u_{n-1} + 3$.

Corrigé de l'exercice 5

1) $u_1 = 2, u_2 = 4$ et $u_3 = 12$.
2) $u_n = n \times u_{n-1}$.

Corrigé de l'exercice 6
$u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 6$ et $u_4 = 10$.
Corrigé de l'exercice 7
$u_1 = \frac{3}{2}, u_2 = \frac{7}{4}, u_3 = \frac{15}{8}$ et $u_4 = \frac{31}{16}$.
Corrigé de l'exercice 8

1) $\sum_{k=0}^{3} k^2 = 14$
2) $\sum_{k=0}^{3} (-1)^k = 0$
3) $\sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1} = \frac{7}{6}$
4) $\sum_{k=0}^{2} (2k+1) \times (-1)^k = 3$

Corrigé de l'exercice 9

1) $\sum_{k=3}^{9} k$
2) $\sum_{k=0}^{4} \frac{1}{2^k}$

Corrigé de l'exercice 10

1) B2 : 2, C2 : 2, D2 : 3, E2 : 3, F2 : 0, G2 : 2
2) Tableau complété :

	A	B	C	D	E	F	G
1	0	0	0	1	1	0	1
2	1	2	2	3	3	0	[illegible]
3	2	4	4	9	9	3	
4	3	6	6	27	27	9	
5	4						
6							
7							

3) En B100 : 200 et en G100 : 2^{100}

Corrigé de l'exercice 11
En B3 : =2*B2+1
Corrigé de l'exercice 12
En B2 : =B2^2-1
Corrigé de l'exercice 13
En A3 : = A2+1 et en B3 : 1,7*B2-2
Corrigé de l'exercice 14
En B2 : = 4 et en C2 : 5*B2-2*B1
Corrigé de l'exercice 15

1) En B2 : 1, en B3 : 3, en B4 : 5
2) Elle permet de calculer les termes de la suite u définie par $u_{n+1} = n - 6u_n$ pour tout entier naturel n.

Corrigé de l'exercice 16

1) En B2 : -30, en B3 : 181, en B4 : -1084
2) Elle permet de calculer les termes de la suite u définie par $u_n = 2n + 1$ pour tout entier naturel n.

Corrigé de l'exercice 17
31
Corrigé de l'exercice 18
-3 et 14
Corrigé de l'exercice 19

1) Donner $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $p_1 = 4$ et $p_2 = 8$.
2) $a_n = n^2$ et $p_n = 4n$

Corrigé de l'exercice 20

1) u_1 désigne le montant exprimé en euros, disponible sur le livret de Louise le 1er janvier 2019
2) $u_2 = 8060,4$.
3) Le taux de rémunération est de 2 %, donc le coefficient multiplicateur associé est .... De plus elle dépose ... chaque ...., donc $u_{n+1} = 1,02u_n + 900$ pour tout entier naturel n.
4) Oui.

Corrigé de l'exercice 21
u_n désigne le nombre d'habitant dans cette ville en $2021 + n$.
n est donc le nombre d'années après 2021.
On a $u_0 = 2000$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,02u_n$.
Corrigé de l'exercice 22

1) 420
2) $u_{(n+1} = 0,8u_n + 20$
3) 134
4) En 2046, le nombre d'abonnés deviendra inférieur à 101 et la salle de sport devra fermer.

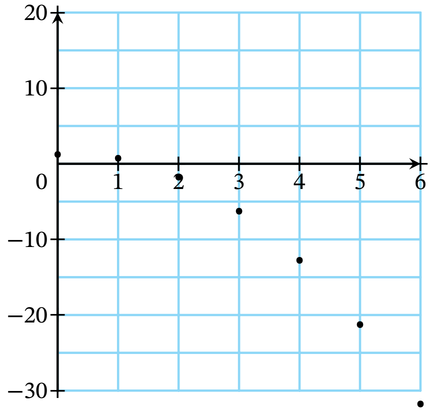
Corrigé de l'exercice 23

1) 105 jeux.
2) $u_{(n+1} = 0,95u_n + 10$

Corrigé de l'exercice 24
Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 25

Nuage de points :



Corrigé de l'exercice 26

$u_4 \simeq 7,9$

Corrigé de l'exercice 27