Parcours d'exercices

Suites arithmétiques et géométriques

6

ALGEBRE

Ce parcours d'exercices appartient à : ....

Parcours 1

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22

← 36 – 35 – 34 – 33 – 32 – 31 – 30 – 29 – 28 – 27 – 26 – 25 – 24 – 23

Parcours 2

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22

← 36 – 35 – 34 – 33 – 32 – 31 – 30 – 29 – 28 – 27 – 26 – 25 – 24 – 23

Parcours 3

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22

← 36 – 35 – 34 – 33 – 32 – 31 – 30 – 29 – 28 – 27 – 26 – 25 – 24 – 23

1 Suites arithmétiques

Exercice 1

Pour chacune des suites, indiquer en justifiant si elle est arithmétique et préciser si c'est le cas sa raison et son terme général.

1) $a_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $a_{n+1} = 4,6 + a_n$.

2) $b_0 = -6$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $b_{n+1} = 5 - b_n$.

Exercice 2

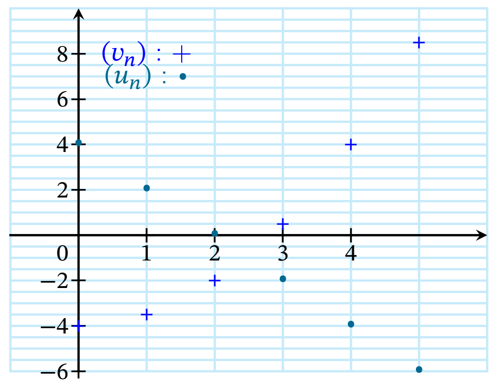
Pour chacune des suites ci-dessous, indiquer en justifiant si elle est arithmétique et préciser si c'est le cas son premier terme et sa raison.

1) Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $c_n = 5n - 3$.

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $d_n = 0,5n^2 + 2$.

Exercice 3

Sur le graphe ci-dessous, on a représenté les premiers termes des suites (u_n) et (v_n). Pour chacune de ces suites, expliquer pourquoi elle peut être ou ne pas être arithmétique. Déterminer sa formule explicite si elle peut être arithmétique.



Exercice 4

1) Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison -4. Déterminer sa forme explicite.

2) Soit la suite arithmétique (v_n) de raison 5 et telle que $v_{10} = 7$. Calculer v_{52}.

Exercice 5

1) Soit la suite arithmétique (u_n) de raison 3 et de premier terme $u_0 = 5$. Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + ... + u_{15}$.

2) Calculer la somme : $100 + 102 + 104 + 106 + ... + 1000$

Exercice 6

1) Soit v la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 6$ et de raison 4.
Calculer $S = v_0 + v_1 + ... + v_{30}$.

2) Soit w la suite arithmétique de premier terme $w_0 = 8$ et de raison 6.
Calculer $S = w_0 + w_1 + ... + w_{40}$.

MathALÉA

Exercice 7

Nabolos décide de s'entraîner pour une épreuve de natation, où il devra nager sur une distance de 1500 m. Pour cela, il va dans une piscine dont la longueur est de 50 m.
Le premier jour, il fait deux longueurs.
Puis chaque jour il nage une longueur de plus que le jour précédent.
On note u_n la distance réalisée en mètres le n-ième jour.

1) Donner la valeur de u_1
2) Justifier que la suite (u_n) est arithmétique, donner sa raison et l'expression de son terme général.

Exercice 8

Déterminer si les suites (u_n) ci-dessous sont arithmétiques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) $u_n = 4n + 7$
2) $u_n = n^2 + 1$
3) $u_n = \dfrac{n}{2} + 5$
4) $u_n = 8^n$

Sésamath

Exercice 9

Déterminer si les suites (u_n) ci-dessous sont arithmétiques. Si oui, donner la raison et le terme u_n.

1) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$
2) $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$
3) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$
4) $\begin{cases} u_0 = 1\,000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{cases}$

Sésamath

Exercice 10

Dans chacun des cas suivants, (u_n) est une suite arithmétique de raison r. Écrire u_n en fonction de n.

1) $u_0 = -3$ $\quad r = \dfrac{1}{2}$
2) $u_0 = 20$ $\quad r = -2$
3) $u_1 = -\dfrac{1}{2}$ $\quad r = -6$
4) $u_4 = 4$ $\quad r = \dfrac{1}{5}$

Sésamath

Exercice 11

Soient deux termes d'une suite arithmétique (u_n).
Écrire u_n en fonction de n et déterminer u_4.

1) $u_5 = 4$ $\quad u_{10} = 49$
2) $u_6 = 17$ $\quad u_{10} = 15$
3) $u_{10} = 90$ $\quad u_{100} = 99$

Sésamath

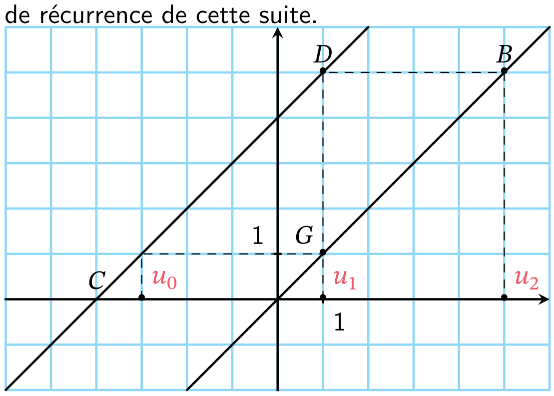
Exercice 12

On connaît deux termes d'une suite arithmétique (v_n) :
$v_{10\,000} = -26$ et $v_{20\,000} = -16$.
Déterminer $v_{4\,000}$.

Sésamath

Exercice 13

La construction ci-dessous concerne une suite arithmétique. Donner le premier terme, la raison et la formule de récurrence de cette suite.



Sésamath

Exercice 14

Calculer les sommes suivantes :

1) $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{20}$ avec u suite arithmétique de premier terme $u_0 = 30$ et de raison -2.
2) $4 + 7 + 10 + 13 + ... + 34$

Sésamath

2 Suites géométriques

Exercice 15

Pour chacune des suites, indiquer en justifiant si elle est géométrique et préciser si c'est le cas sa raison et son terme général.

1) $\begin{cases} u_0 = 1\,000 \\ u_{n+1} = 0,4u_n \end{cases}$
2) $\begin{cases} v_0 = -16 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$
3) $\begin{cases} w_0 = 6 \\ w_{n+1} = \dfrac{w_n}{5} \end{cases}$

Exercice 16

Pour chacune des suites ci-dessous définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, indiquer en justifiant si elle est géométrique et préciser si c'est le cas son premier terme et sa raison.

1) $a_n = 5 \times 0,7^n$.
2) $b_n = 0,8^n + 1$.
3) $c_n = \dfrac{2}{3^n}$.
4) $d_n = (0,8)^{2n}$.

Exercice 17

1) Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 2. Déterminer sa forme explicite.

2) Soit la suite géométrique (u_n) telle que $u_4 = 128$ et de raison 1,5. Calculer u_{11}.

Exercice 18

1) Soit (u_n) une suite géométrique premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.
Calculer la somme des 20 premiers termes.

2) La suite (v_n) est définie par $v_4 = 60$ et pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = -0,4v_n$.
Calculer $v_4 + v_5 + \ldots\ldots + v_{10}$.

Exercice 19

Déterminer si les suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ ci-dessous, sont géométriques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) $u_n = -4 \times 3^n$

2) $u_n = 3$

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4n$

4) $u_n = 8^{n+2}$

5) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4^{n-1}$

Exercice 20

Déterminer si les suites (u_n) ci-dessous sont géométriques. Si oui, donner la raison.

1) $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{4}u_n \end{cases}$

2) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3 + 2u_n \end{cases}$

3) $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{3} \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2u_n} \end{cases}$

Exercice 21

Dans chacun des cas suivants, (u_n) est une suite géométrique de raison q. Écrire u_n en fonction de n.

1) u est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -\dfrac{1}{2}$ et sa raison $q = -3$

2) u est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -3$ et sa raison $q = 0{,}02$

3) u est définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_1 = -1\,000$ et sa raison $q = -\dfrac{1}{10}$

4) u est définie pour tout entier naturel $n \geqslant 4$ par $u_4 = 7$ et sa raison $q = 9$

Sésamath

Exercice 22

Soient deux termes d'une suite géométrique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$. Écrire u_n en fonction de n. Attention, il peut y avoir plusieurs suites possibles.

1) $u_1 = -4$ et $u_2 = -28$

Sésamath

2) $u_5 = \dfrac{1}{3}$ et $u_7 = \dfrac{1}{27}$

3) $u_{10} = 8$ et $u_8 = 2$

Exercice 23

Calculer les sommes suivantes.

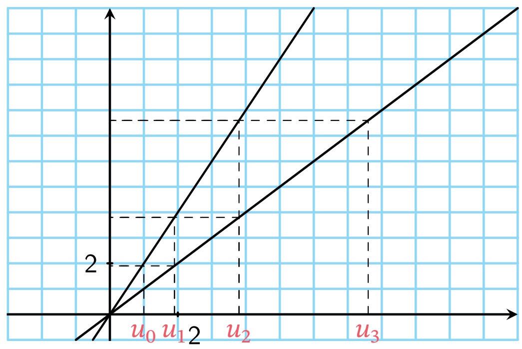
1) $1 + 0,9 + 0,81 + 0,729 + 0,6561$

2) $S = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_8$ avec v suite géométrique de premier terme $v_0 = 8$ et de raison $0,2$ (arrondir à 10^{-2} près).

Sésamath

Exercice 24

La construction ci-dessous concerne une suite géométrique. Donner le premier terme, la raison et la formule de récurrence de cette suite.



Sésamath

Exercice 25

Une ville comptait 10 000 habitants en 2018. Chaque année, le nombre d'habitants augmente de 8 % par rapport à l'année précédente. On note u_n le nombre d'habitants en 2018 $+n$.

1) Donner la valeur de u_0 et de u_1.

2) Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

3 Chercher

Exercice 26

Un bail est un contrat de location entre un locataire et un propriétaire. Sa durée est de trois ans.
On propose à Nabolos deux types de bail :
CONTRAT A : Le premier loyer est de 600 euros et il augmente chaque mois de 15 euros pendant la durée des trois ans.
CONTRAT B : Le premier loyer est de 700 euros et il augmente chaque mois de 1 % pendant la durée des trois ans.
Nabolos voudrait savoir quel est le contrat le plus avantageux sur la durée du bail.
Comment doit-il s'y prendre ?

MathGM

Exercice 27

Des parents déposent 40 euros à la banque à la naissance de leur fils et ils décident qu'ils déposeront une fois par an de l'argent, en mettant chaque année 10 euros de plus que l'année précédente.

1) Quel sera le montant du dépôt la deuxième année ? la dixième année ?
2) Quelle somme y aura-t-il au total pour les 18 ans de leur fils ?

Sésamath

Exercice 28

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_{n+1} = 2u_n + 5$ et $u_0 = 1$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
2) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3) On pose $v_n = u_n + 5$ pour tout entier naturel n. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
4) Exprimer v_n en fonction de n.
5) En déduire l'expression du terme général de (u_n) en fonction de n.

Sésamath

Exercice 29

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_{n+1} = -3u_n + 8$ et $u_0 = 6$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
2) On pose $v_n = u_n - 2$ pour tout entier naturel n. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
3) Exprimer v_n en fonction de n.
4) En déduire l'expression du terme général de (u_n) en fonction de n.

Exercice 30

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2n + 1. \end{cases}$$
On admet que, pour tout entier n, $u_n \neq 0$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
2) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? est-elle géométrique ?
3) On pose $v_n = u_n - n$ pour tout entier naturel n. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
4) Exprimer v_n en fonction de n.
5) En déduire l'expression du terme général de (u_n) en fonction de n.

Exercice 31

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{10u_n}{10 + u_n}. \end{cases}$$
On admet que, pour tout entier n, $u_n > 0$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
2) On pose $v_n = \dfrac{5}{u_n}$ pour tout entier naturel n. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique. Donner sa raison et son premier terme.
3) Exprimer v_n en fonction de n.
4) En déduire l'expression du terme général de (u_n) en fonction de n.

Sésamath

Exercice 32

En raison de l'évaporation, une piscine perd chaque semaine 3 % de son volume d'eau.
On remplit ce bassin avec 90 m^3 d'eau et, pour compenser la perte due à l'évaporation, on décide de rajouter chaque semaine $2,4$ m^3 d'eau dans le bassin.
On note u_n le nombre de m^3 d'eau contenu dans ce bassin au bout de n semaines.
On a donc $u_0 = 90$ et, pour tout entier n,
$u_{n+1} = 0,97 \times u_n + 2,4$

1) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 80$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 80 + 10 \times 0,97^n$.
2) Utiliser la calculatrice pour conjecturer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Interpréter ce résultat.

BAC

Exercice 33

Un locataire a habité pendant 15 ans le même appartement. Son loyer annuel, la première année, était de 3600 €. Celui-ci a été augmenté régulièrement de 80 € par an. On note u_n le loyer annuel (en euros) versé la n-ième année. On a donc $u_1 = 3600$.

1) Préciser la nature et la raison de la suite u et en déduire u_n en fonction de n.
2) Calculer le loyer annuel versé par le locataire lors de la quinzième année.
3) Calculer le montant total des loyers versés par le locataire en 15 ans.

Exercice 34

Deux opérateurs de téléphonie ont l'exclusivité du marché d'un pays. On admet que d'une année sur l'autre le nombre d'abonnés au téléphone de ce pays est stable.
Une enquête statistique réalisée sur les années 2002 à 2005 a conduit au modèle suivant :
À partir de 2022 on prévoit que d'une année sur l'autre, la société A, conservera 85 % de sa clientèle et récupèrera 10 % des clients de la société concurrente, notée B.
En se basant sur ce modèle, pour tout entier naturel n, on note pour l'année $(2022+n)$:

- a_n la part de marché de la société A ;
- b_n la part de marché de la société B.

On a donc $b_n = 1 - a_n$.
En 2022, la part de marché de la société A est égale à 60 %. On a donc $a_0 = 0,6$.

1) Calculer la part de marché de la société A en 2023.
2) Montrer que : pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,1$.
3) On pose pour tout entier naturel n, $u_n = a_n - 0,4$.
   a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $a_n = 0,2 \times 0,75^n + 0,4$.
   d) Conjecturer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.

BAC

Exercice 35

Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuse plusieurs puits suffisamment profonds.
Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2000 \times 1,008^{n-1}$$

où u_n représente le coût en euros du forage de la n-ième dizaine de mètres.
On a ainsi $u_1 = 2000$ et $u_2 = 2016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2016 euros.
Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

1) Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.
2) Pour tout entier naturel n non nul :
   a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite (u_n).
   b) En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$-ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n-ième dizaine de mètres.
3) On considère l'algorithme ci-dessous :

```
def somme(n):
    u=2000
    s=2000
    for i in range(2,n+1):
        u=u*1,008
        s=s+u
    return s
```

La valeur de n saisie est 5.

   a) Faire fonctionner l'algorithme précédent pour cette valeur de n.
   Résumer les résultats obtenus à chaque étape dans le tableau ci-dessous (à recopier et à compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire).

i		2	
u	2000		
S	2000		

BAC

b) Quelle est la valeur de S affichée en sortie ? Interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.

4) On note $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n), n étant un entier naturel non nul. On admet que : $S_n = -250000 + 250000 \times 1,008^n$.
Le budget consenti pour le forage du premier puits est de 125 000 euros, quelle est la profondeur maximale du puits que l'on peut espérer avec ce budget ?

Exercice 36

En France, la pratique de l'escalade est en plein essor ces dernières années, notamment grâce aux nombreuses ouvertures de salles dans les villes. La Fédération Française de la Montagne et de l'Escalade (FFME) comptait 90 000 adhérents au début de l'année 2019.
On estime qu'au début de chaque année :

- 21 % des adhérents ne renouvellent pas leur adhésion ;
- 29 400 nouveaux pratiquants s'inscrivent.

À partir de ces données, on modélise le nombre d'adhérents n années après le début de l'année 2019 par une suite (u_n). Ainsi $u_0 = 90\,000$.

1) Calculer le nombre d'adhérents au début de l'année 2020 puis au début de l'année 2021.
2) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,79u_n + 29\,400$.
3) On souhaite déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 135\,000$.

On considère l'algorithme suivant :

```
def seuil(p):
    N=0
    U=90000
    while U <= p :
        N=N+1
        U= 0.79*U+29400
    return N
```

a) Que renvoie la saisie seuil(135000) ?
b) Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$:$v_n = u_n - 140\,000$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
b) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = -50\,000 \times 0,79^n + 140\,000$$

c) La FFME peut-elle espérer dépasser les 140 000 adhérents ?
Justifier la réponse.

5) Pour automatiser l'estimation du nombre d'adhérents et du nombre de personnes ne renouvelant pas leur adhésion chaque année, on prépare la feuille de calcul suivante, dans laquelle les colonnes B et C sont au format nombre, arrondi à l'unité.

	A	B	C
1	n	u_n	nombre de non renouvellements
2	0	90 000	
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		

BAC

a) Pour obtenir les termes de la suite (u_n) quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 avant de la recopier vers le bas ?

b) Pour estimer le nombre de personnes ne renouvelant pas leur adhésion en début d'année, quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3 avant de la recopier vers le bas ?

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1

1) Oui car $a_{n+1} - a_n = \ldots$

2) Non. Calculez les premiers termes.

Corrigé de l'exercice 2

1) Oui, $c_0 = -3$ et $r = 5$.

2) Non, calculez les premiers termes.

Corrigé de l'exercice 3
Oui pour (u_n) et non pour (v_n) car il faut des points alignés pour une suite arithmétique.
$u_n = 4 + -2n$

Corrigé de l'exercice 4

1) $u_n = 3 - 4n$.

2) $v_{52} = 217$.

Corrigé de l'exercice 5

1) $S = 440$.

2) 248050.

Corrigé de l'exercice 6
Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 7

1) $u_1 = 100$

2) $u_n = 50 + 50n$

Corrigé de l'exercice 8

1) Oui, $r = 4$ et $u_0 = 7$

2) Non

3) Oui, $r = 0,5$ et $u_0 = 5$

4) Non

Corrigé de l'exercice 9

1) Non.

2) Non.

3) Non.

4) Oui, $r = 1$ et $u_0 = 1000$, donc $u_n = 1000 + n$

Corrigé de l'exercice 10

1) $u_n = -3 + \dfrac{n}{2}$

2) $u_n = 20 - 2n$

3) $u_n = \dfrac{11}{2} - 6n$

4) $u_n = \dfrac{16}{5} + \dfrac{1}{5}n$

Corrigé de l'exercice 11

1) $u_n = -41 + 9n$ et $u_4 = -5$

2) $u_n = 20 - \dfrac{1}{2}n$ et $u_4 = 18$

3) $u_n = 89 + \dfrac{1}{10}n$ et $u_4 = 89,4$

Corrigé de l'exercice 12
$r = \dfrac{1}{1000}$ et $v_{4000} = -32$

Corrigé de l'exercice 13
$u_0 = -3$ et $u_{n+1} = u_n + 4$.

Corrigé de l'exercice 14

1) $S = 210$

2) 209

Corrigé de l'exercice 15

1) Oui, $q = 0,4$ et $u_n = 1000 \times 0,4^n$.

2) Non.

3) Oui, $q = \dfrac{1}{5}$ et $w_n = 6 \times \left(\dfrac{1}{5}\right)^n$.

Corrigé de l'exercice 16

1) Oui, $a_0 = 5$ et $q = 0,5$.

2) Non.

3) Oui, $c - 0 = 2$ et $q = \dfrac{1}{3}$.

4) Oui, $d_0 = 1$ et $q = 0,64$.

Corrigé de l'exercice 17

1) $u_n = 2^n$.

2) $u_{11} = 2187$.

Corrigé de l'exercice 18

1) $S = 3145725$

2) $42,92736$

Corrigé de l'exercice 19

1) Oui, $u_0 = -4$ et $q = 3$.

2) Oui, $u_0 = 3$ et $q = 1$.

3) Non.

4) Oui, $u_0 = 64$ et $q = 8$.

5) Oui, $u_0 = 0,25$ et $q = 0,25$.

Corrigé de l'exercice 20

1) Oui, $q = \dfrac{3}{4}$.

2) Non.

3) Non.

Corrigé de l'exercice 21

1) $u_n = -\dfrac{1}{2} \times (-3)^n$

2) $u_n = -3 \times (0,02)^n$

3) $u_n = -1000 \times \left(-\dfrac{1}{10}\right)^{n-1}$

4) $u_n = 7 \times 9^{n-4}$

Corrigé de l'exercice 22

1) $u_n = -4 \times 7^{n-1}$
2) $u_n = \dfrac{1}{3} \times \left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-5}$ ou $u_n = \dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-5} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-4}$
3) $u_n = 2^{n-7}$ ou $u_n = -(-2)^{n-7}$

Corrigé de l'exercice 23

1) $0,9^0 + 0,9^1 + 0,9^2 + ... + 0,9^4 = 4,0951$
2) $S \approx 10$

Corrigé de l'exercice 24

$u_0 = 1$ et $q = 1,9$

Corrigé de l'exercice 25

1) $u_0 = 10000$ et $u_1 = 10800$
2) Pour obtenir le nombre d'adhérents d'une année sur l'autre on multiplie par 1,08. Ainsi, la suite est géométrique de raison 1,08 et de premier terme 10000.
   On a $u_{n+1} = 1,08u_n$.

Corrigé de l'exercice 26

Modélisez par deux suites les différents contrats.
L'une est arithmétique, l'autre géométrique. Il faudra calculer une somme de termes pour chacune de ces deux suites pour comparer.

Corrigé de l'exercice 27

1) 60 euros et 140 euros
2) 2470 euros.

Corrigé de l'exercice 28

1) $u_1 = 7; u_2 = 19; u_3 = 43$
2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n$ (il faut le montrer !).
   (v_n) est géométrique de raison 2 et de 1er terme $v_0 = 6$.
3) $v_n = 6 \times 2^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
4) $u_n = 6 \times 2^n - 5$

Corrigé de l'exercice 29

1) $u_1 = -10; u_2 = 38; u_3 = -106$
2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = -3v_n$ (il faut le montrer !).
   (v_n) est géométrique de raison -3 et de 1er terme $v_0 = 4$.
3) $v_n = 4 \times (-3)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
4) $u_n = 4 \times (-3)^n + 2$

Corrigé de l'exercice 30

1) $u_1 = 7; u_2 = 20; u_3 = 57$
2) Ni arithmétique, ni géométrique.
3) $v_{n+1} = 3v_n$ (il faut le montrer !).
   (v_n) est géométrique de raison 3 et de 1er terme $v_0 = 2$.
4) $v_n = 2 \times 3^n$
5) $u_n = 2 \times 3^n + n$

Corrigé de l'exercice 31

1) $u_1 = \dfrac{10}{3}; u_2 = \dfrac{5}{2}; u_3 = 2$
2) $v_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{2}$ (à démontrer ...)
   (v_n) est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison $\dfrac{1}{2}$.
3) $v_n = 1 + \dfrac{1}{2}n$
4) $u_n = \dfrac{10}{2+n}$

Corrigé de l'exercice 32

1) $v_{n+1} = 0,97v_n$ (à démontrer ...)
   (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 10$ et de raison 0, 97.
2) $v_n = 10 \times 0,97^n$
3) $u_n = 80 + 10 \times 0,97^n$
4) Au bout d'un certain nombre de semaines, la quantité d'eau contenue dans le bassin sera proche de 80 m^3.

Corrigé de l'exercice 33

1) Suite arithmétique. $u_n = 3520 + 80n$.
2) 4720 euros.
3) 62400 euros

Corrigé de l'exercice 34

1) 55 %
2) Cherchez !
3) a) $u_{n+1} = 0,75u_n$ (à montrer) et $u_0 = 0,2$.
   b) $u_n = 0,2 \times (0,75)^n$
   c) $a_n = 0,2 \times 0,75^n + 0,4$.
   d) La limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$ est égale à 0,4. À long terme la part de marché de la société A se stablisera à 40 %.

Corrigé de l'exercice 35

1) $u_3 = 2000 \times 1,008^2 \approx 2\,032,13$. Le coût après 30 m de forage est de 2 032,13 €.
   Le coût total est donc à peu près égal à :
   2000 + 2 016 + 2 032,13 soit au centime près 6 048,13 €.
2) a) Nous pouvons calculer :
   $$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2\,000 \times 1,008^{n+1-1} \\ &= 2\,000 \times 1,008^{n-1+1} \\ &= 2\,000 \times 1,008^{n-1} \times 1,008 \\ &= u_n \times 1,008 \end{aligned}$$
   (u_n) est géométrique de raison : $q = 1,008$.
   b) $u_{n+1} = 1,008 \times u_n \Leftrightarrow u_{n+1} = \left(1 + \dfrac{0,8}{100}\right) \times u_n$.
   Pour passer de n à $n+1$ le coefficient multiplicateur vaut : $\left(1 + \dfrac{0,8}{100}\right)$.
   Le pourcentage d'augmentation permettant de passer de n à $n+1$ vaut donc : $t = 0,8$ %.

3) a)

i		2	3	4	5
u	2 000	2 016	2 032,128	2 048,38	2 064,77
S	2 000	4 016	6 048,128	≈8 096,51	≈10 161,29

b) La sortie donne : ≈ 10 161,29. C'est le coût de forage à 50 mètres de profondeur.

4) Le coût est supérieur à 125 000 pour n plus grand que 50.

La profondeur maximale est donc égale à 500 mètres.

Corrigé de l'exercice 36

1)
- En 2017, le nombre d'adhérents est 90 000.

  On retire 21 % : $90\,000 - 90\,000 \times \dfrac{21}{100} = 71\,100$.

  On ajoute 29 400 nouveaux adhérents : $71\,100 + 29\,400 = 100\,500$.

  En 2020, le nombre d'adhérents est donc 100 500.
- On retire 21 % : $100\,500 - 100\,500 \times \dfrac{21}{100} = 79\,395$.

  On ajoute 29 400 nouveaux adhérents : $79\,395 + 29\,400 = 108\,795$.

  En 2021, le nombre d'adhérents est donc 108 795.

2) On passe du nombre u_n d'adhérents l'année n, au nombre d'adhérents u_{n+1} en retirant 21 %, puis en ajoutant 29 400

Retirer 21 %, c'est multiplier par $\left(1 - \dfrac{21}{100}\right) = \dfrac{79}{100}$ soit $0,79$.

Donc pour tout n, $u_{n+1} = 0,79u_n + 29\,400$.

3) a) À la calculatrice on trouve $u_9 \approx 134\,007$ et $u_{10} \approx 135\,266$; donc la variable N vaut 10 en sortie d'algorithme.

b) Donc à partir de 2019 + 10 soit 2029, le nombre d'adhérents sera supérieur à 135 000.

4) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_n - 140\,000$; donc $u_n = v_n + 140\,000$.

a)
- $v_{n+1} = u_{n+1} - 140\,000 = 0,79u_n + 29\,400 - 140\,000 = 0,79\,(v_n + 140\,000) - 110\,600$
  $= 0,79v_n + 110\,600 - 110\,600 = 0,79v_n$
- $v_0 = u_0 - 140\,000 = 190\,000 - 140\,000 = -50\,000$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,79$ et de premier terme $v_0 = -50\,000$.

b) La suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,79$ et de premier terme $v_0 = -50\,000$ donc pour tout n, $v_n = v_0 \times q^n = -50\,000 \times 0,79^n$.

Or $u_n = v_n + 140\,000$, donc pour tout n, $u_n = -50\,000 \times 0,79^n + 140\,000$.

c) $-50\,000 \times 0,79^n < 0$ donc $-50\,000 \times 0,79^n + 140\,000 < 140\,000$ donc pour tout n, $u_n < 140\,000$.

La FFME ne peut donc pas espérer dépasser les 140 000 adhérents.

5) a) Pour obtenir les termes de la suite (u_n), on va saisir dans la cellule B3 la formule

`= B2 * 0,79 + 29400`.

b) Pour estimer le nombre de personnes ne renouvelant pas leur adhésion en début d'année, on va saisir dans la cellule C3 la formule

`= B2 * 0,21`.