ANALYSE

8

Applications de la dérivation

Les savoir-faire du chapitre

- **140.** Connaître le lien entre le signe de f' et le sens de variation de f.
- **141.** Etudier les variations d'une fonction.
- **142.** Utiliser les variations d'une fonction pour obtenir ses extrema, obtenir des inégalités, résoudre un problème d'optimisation,.....

Activités mentales

1 Donner les fonctions dérivées :

1) $f_1(x) = x^2$ $\quad f_1'(x) = $ ....
2) $f_2(x) = 5x - 8$ $\quad f_2'(x) = $ ....
3) $f_3(x) = 1 - x^2$ $\quad f_3'(x) = $ ....
4) $f_4(x) = 5x^2 + 6x - 1$ $\quad f_4'(x) = $ ....
5) $f_5(x) = \dfrac{1}{x}$ $\quad f_5'(x) = $ ....
6) $f_6(x) = 3 + \dfrac{3}{x}$ $\quad f_6'(x) = $ ....
7) $f_7(x) = 2x^3 - x$ $\quad f_7'(x) = $ ....
8) $f_8(x) = -x^4 + \sqrt{x}$ $\quad f_8'(x) = $ ....
9) $f_9(x) = 4\sqrt{x}$ $\quad f_9'(x) = $ ....

2 Dans chacun des cas suivants, dresser le tableau de signes de $f(x)$.

1) $f(x) = x + 3$

2) $g(x) = 2 - x$

3) $u(x) = x^2 - 4$

3 Développer :

1) $(x + 3)^2 = $ ....
2) $(2x - 4)^2 = $ ....
3) $(1 - x)^2 = $ ....
4) $(5x + 3)^2 = $ ....

4 Donner les solutions des équations suivantes :

1) $5x - 9 = 2x$ $\quad \mathscr{S} = $ ....
2) $x^2 - 6 = 0$ $\quad \mathscr{S} = $ ....
3) $1 - x = 2x - 9$ $\quad \mathscr{S} = $ ....
4) $x^2 + 4 = 0$ $\quad \mathscr{S} = $ ....

S'entraîner

140 **Connaître le lien entre le signe de f' et le sens de variation de f.**

1) Soit f une fonction définie sur $[-3\,;\,5]$ et telle que :

x	-3		-1		0		5
$f(x)$	4	↘	-2	↗	1	↘	0

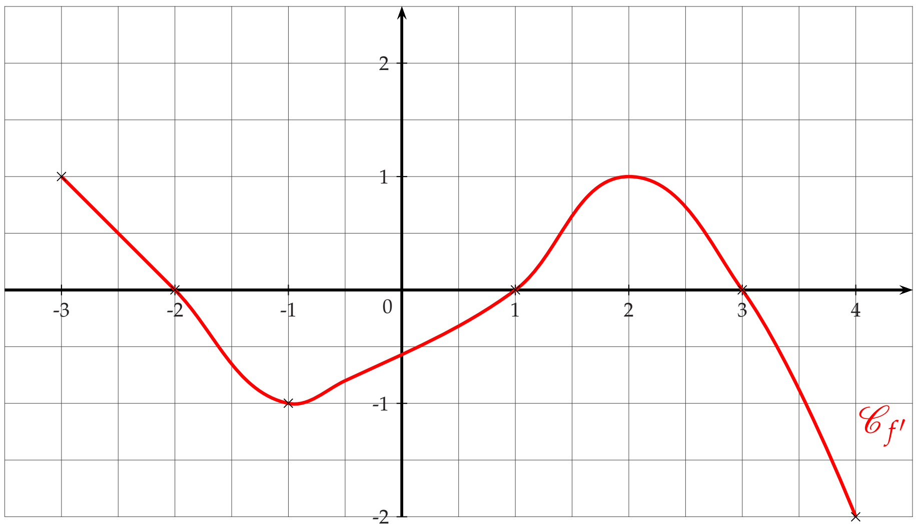
Alors la fonction dérivée f' a pour tableau de signes :

2) Soit f une fonction définie sur $[0\,;\,7]$ et telle que :

x	0		2		4		7
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

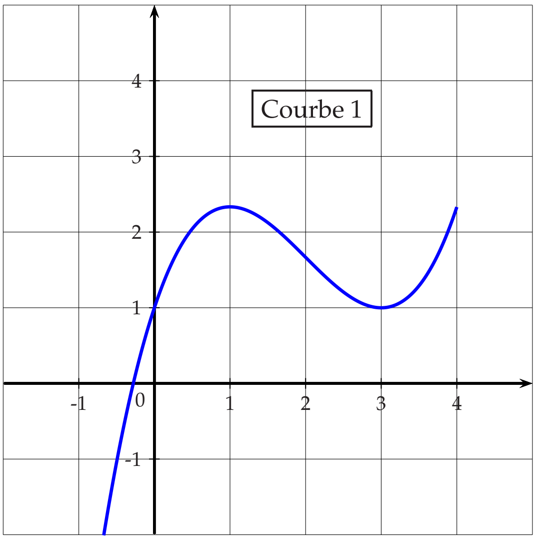
Le tableau de variations de f est :

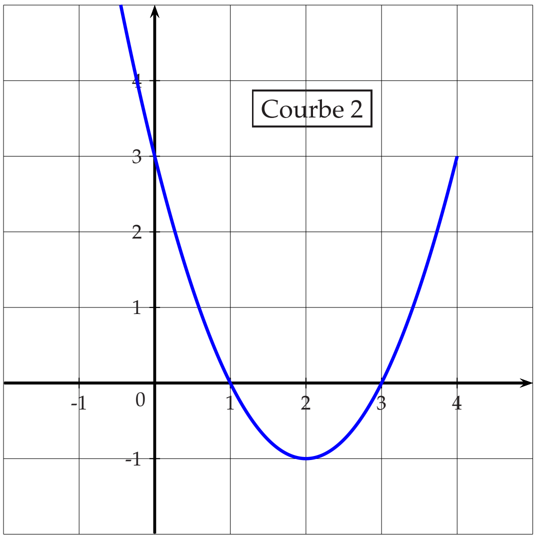
3) f est une fonction définie et dérivable sur $[-3\,;\,4]$. Voici la représentation graphique de sa fonction dérivée f' :



Déterminer les variations de la fonction f.

4) Les courbes ci-dessous représentent une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$ et sa fonction dérivée f'.
Laquelle représente f et laquelle représente f' ?





. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

141 **Etudier les variations d'une fonction.**

1) Soit g la fonction définie sur $[0\ ;\ 3]$ par : $g(x) = -x^2 + 2x + 1$

a) Calculer la dérivée de g puis déterminer le signe de cette dérivée.

b) Etudier le sens de variation de g sur $[0\ ;\ 3]$ et construire son tableau de variations.

c) Vérifier la cohérence avec le graphique réalisé avec une calculatrice.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 7]$ par :

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 3$$

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0\ ;\ 7]$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

142 **Utiliser les variations d'une fonction pour obtenir ses extrema, obtenir des inégalités, résoudre un problème d'optimisation,.....**

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$$

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

2) Préciser les extremums locaux de f.

3) Dans chaque cas, donner un encadrement de $f(x)$ lorsque x vérifie la condition donnée :

a) $x \in [-2\ ;\ 1]$;

b) $0 \leqslant x \leqslant 3$;

c) $x \in [-2\ ;\ 2]$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....