

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du
second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Le second degré

www.mathGM.fr

Lycée Louise Michel (Gisors)

Les savoir-faire

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

110. Etudier le signe d'une fonction polynôme du second degré donnée sous forme factorisée.
111. Déterminer les fonctions polynômes du second degré s'annulant en deux nombres réels distincts.
112. Donner la forme canonique d'une fonction polynôme du second degré.
113. Résoudre une équation du second degré.
114. Etudier les variations d'une fonction trinôme.
115. Factoriser, lorsque cela est possible, une fonction trinôme.
116. Étudier le signe d'une fonction trinôme ou résoudre une inéquation du second degré.
117. Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre un problème.

Définition et propriétés

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : fonction polynôme du second degré

On dit qu'une fonction f , définie sur \mathbb{R} est une fonction polynôme du second degré s'il existe trois nombres réels a ($a \neq 0$), b et c tels que pour tout nombre réel x :

Il s'agit de la **forme développée** de $f(x)$.

Définition et propriétés

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : fonction polynôme du second degré

On dit qu'une fonction f , définie sur \mathbb{R} est une fonction polynôme du second degré s'il existe trois nombres réels a ($a \neq 0$), b et c tels que pour tout nombre réel x :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Il s'agit de la **forme développée** de $f(x)$.

Définition et propriétés

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : fonction polynôme du second degré

On dit qu'une fonction f , définie sur \mathbb{R} est une fonction polynôme du second degré s'il existe trois nombres réels a ($a \neq 0$), b et c tels que pour tout nombre réel x :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Il s'agit de la **forme développée** de $f(x)$.

Théorème

Une fonction du second degré est représentée par une parabole \mathcal{P} dont le sommet S a pour abscisse $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et pour ordonnée $\beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

Dans un repère orthogonal, la parabole a un axe de symétrie.

Les variations sur \mathbb{R} d'une fonction polynôme du second degré sont de deux types suivant le signe de a .

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

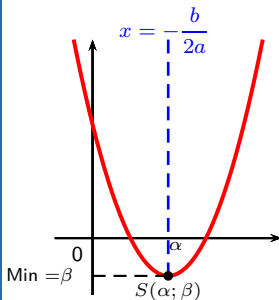
Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

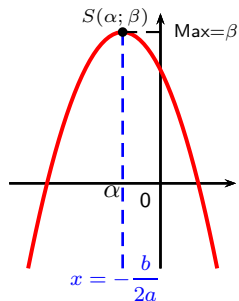
$$a > 0$$

\mathcal{P} est « orientée vers le haut »



$$a < 0$$

\mathcal{P} est « orientée vers le bas »



Exemple 1 [Vidéo](#)

Déterminer l'extremum et la valeur où il est atteint de la fonction f définie par : $f(x) = -x^2 + 4x$.

Forme canonique

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : forme canonique

Pour tout trinôme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, on peut trouver deux réels α et β tels que, pour tout réel x ,

$$ax^2 + bx + c =$$

avec $\alpha =$ et $\beta =$.

L'écriture est appelée du trinôme.

Forme canonique

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : forme canonique

Pour tout trinôme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, on peut trouver deux réels α et β tels que, pour tout réel x ,

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\text{avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

L'écriture $a(x - \alpha)^2 + \beta$ est appelée **forme canonique** du trinôme.

Remarque : La forme canonique est intéressante car elle donne les coordonnées du sommet de la parabole.

Forme canonique

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : forme canonique

Pour tout trinôme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, on peut trouver deux réels α et β tels que, pour tout réel x ,

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\text{avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

L'écriture $a(x - \alpha)^2 + \beta$ est appelée **forme canonique** du trinôme.

Remarque : La forme canonique est intéressante car elle donne les coordonnées du sommet de la parabole.

Exemple 2 Vidéo

Déterminer la forme canonique de la fonction f définie par :
 $f(x) = 2x^2 - 20x + 10$.

Equation du second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : discriminant

Le réel $b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant** du trinôme. On note $\Delta = b^2 - 4ac$.

Equation du second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : discriminant

Le réel $b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant** du trinôme. On note $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriétés : résolution d'une équation du second degré

- $\Delta < 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.
- $\Delta = 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une seule solution :
$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$
- $\Delta > 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Equation du second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Définition : discriminant

Le réel $b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant** du trinôme. On note $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriétés : résolution d'une équation du second degré

- $\Delta < 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.
- $\Delta = 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une seule solution :
$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$
- $\Delta > 0$ l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemple 3

Résoudre l'équation : $2x^2 - x - 6 = 0$. Vidéo

Résoudre l'équation : $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$. Vidéo

Factorisation d'un trinôme second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Propriétés

- Si $\Delta < 0$ le trinôme $ax^2 + bx + c$ ne se factorise pas.
- Si $\Delta = 0$, en notant x_0 l'unique racine, on a :

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = a(x - x_0)^2$$

- Si $\Delta > 0$, en notant x_1 et x_2 les deux racines, on a :
- $$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Factorisation d'un trinôme second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Propriétés

- Si $\Delta < 0$ le trinôme $ax^2 + bx + c$ ne se factorise pas.
- Si $\Delta = 0$, en notant x_0 l'unique racine, on a :

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = a(x - x_0)^2$$

- Si $\Delta > 0$, en notant x_1 et x_2 les deux racines, on a :
- $$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exemple 4 Vidéo

Factoriser le trinôme :

$$f(x) = 4x^2 + 19x - 5$$

Somme et produit des racines

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Propriété : propriété des racines

Soient x_1 et x_2 les racines d'un polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

On a $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

Signe d'un trinôme second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Propriétés

- Si $\Delta < 0$, alors le trinôme est du signe de a .
- Si $\Delta = 0$, alors le trinôme est du signe de a et s'annule en $-\frac{b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$, le trinôme s'annule en deux réels distincts x_1 et x_2 . Si $x_1 < x_2$, le tableau de signes du trinôme est :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a		Signe de $-a$	Signe de a

Signe d'un trinôme second degré

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Propriétés

- Si $\Delta < 0$, alors le trinôme est du signe de a .
- Si $\Delta = 0$, alors le trinôme est du signe de a et s'annule en $-\frac{b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$, le trinôme s'annule en deux réels distincts x_1 et x_2 . Si $x_1 < x_2$, le tableau de signes du trinôme est :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a		Signe de $-a$	Signe de a

A retenir

Un trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a sauf entre ses racines, si elles existent.

Interprétations graphiques

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

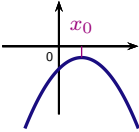
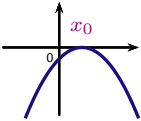
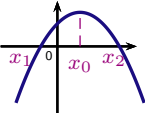
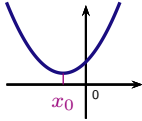
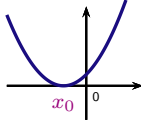
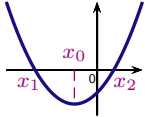
Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

$a < 0$ et $\Delta < 0$	$a < 0$ et $\Delta = 0$	$a < 0$ et $\Delta > 0$
 <p>Les images sont négatives.</p>	 <p>Les images sont négatives et $f(x_0) = 0$</p>	 <p>Les images sont négatives sauf entre x_1 et x_2.</p>
$a > 0$ et $\Delta < 0$	$a > 0$ et $\Delta = 0$	$a > 0$ et $\Delta > 0$
 <p>Les images sont positives.</p>	 <p>Les images sont positives et $f(x_0) = 0$</p>	 <p>Les images sont positives sauf entre x_1 et x_2.</p>

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Exemple 5

Etudier le signe du trinôme : $f(x) = 2x^2 + x + 4$ Vidéo

Même question avec : $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ Vidéo

Le second degré

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Fonctions polynômes de degré 2

Forme canonique

Résolution d'une équation du second degré

Factorisation

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

Exemple 5

Etudier le signe du trinôme : $f(x) = 2x^2 + x + 4$ [Vidéo](#)

Même question avec : $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ [Vidéo](#)

Exemple 6

Résoudre, dans \mathbb{R} l'inéquation : $-2x^2 + 6x + 6 < x^2 - 3$ [Vidéo](#)