

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Lycée Louise Michel (Gisors)

Les savoir-faire

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

140. Déterminer le sens de variation d'une suite.
141. Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique.
142. Conjecturer la limite éventuelle d'une suite.

Définition

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Définition

- On dit qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est **croissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq u_{n+1}$.
- On dit qu'une suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq u_{n+1}$.
- On dit que la suite (u_n) est **constante** si et seulement si
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_{n+1}$.
- Une suite est dite **monotone** lorsqu'elle est croissante ou décroissante.

Définition

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Définition

- On dit qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est **croissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- On dit qu'une suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- On dit que la suite (u_n) est **constante** si et seulement si
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$.
- Une suite est dite **monotone** lorsqu'elle est croissante ou décroissante.

Exemples

1. On donne la suite u définie par $u_n = n^2 - 4n + 4$. Vidéo
Démontrer que la suite u est croissante à partir d'un certain rang.
2. On donne la suite u définie par $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. Démontrer que la suite u est décroissante. Vidéo

Définition

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Définition

- On dit qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est **croissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- On dit qu'une suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- On dit que la suite (u_n) est **constante** si et seulement si
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$.
- Une suite est dite **monotone** lorsqu'elle est croissante ou décroissante.

Exemples

1. On donne la suite u définie par $u_n = n^2 - 4n + 4$. Vidéo
Démontrer que la suite u est croissante à partir d'un certain rang.
2. On donne la suite u définie par $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. Démontrer que la suite u est décroissante. Vidéo

Définition

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Définition

- On dit qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est **croissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- On dit qu'une suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si :
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- On dit que la suite (u_n) est **constante** si et seulement si
pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$.
- Une suite est dite **monotone** lorsqu'elle est croissante ou décroissante.

Exemples

1. On donne la suite u définie par $u_n = n^2 - 4n + 4$. Vidéo
Démontrer que la suite u est croissante à partir d'un certain rang.
2. On donne la suite u définie par $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. Démontrer que la suite u est décroissante. Vidéo

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;
- si $r < 0$, u est strictement décroissante ;

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;
- si $r < 0$, u est strictement décroissante ;
- si $r = 0$, u est constante.

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;
- si $r < 0$, u est strictement décroissante ;
- si $r = 0$, u est constante.

Exemples

Etudier les variations des suites arithmétiques u et v définies par :

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;
- si $r < 0$, u est strictement décroissante ;
- si $r = 0$, u est constante.

Exemples

Etudier les variations des suites arithmétiques u et v définies par :

a. $u_n = 3 + 5n$.

Variations d'une suite arithmétique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Alors :

- si $r > 0$, u est strictement croissante ;
- si $r < 0$, u est strictement décroissante ;
- si $r = 0$, u est constante.

Exemples

Etudier les variations des suites arithmétiques u et v définies par :

a. $u_n = 3 + 5n$.

b.
$$\begin{cases} v_{n+1} = v_n - 4 \\ v_0 = -3 \end{cases}$$

Vidéo

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$,
 $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

Pour $u_0 < 0$:

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;

Pour $u_0 < 0$:

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q > 1$, u est strictement croissante ;

Pour $u_0 < 0$:

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q > 1$, u est strictement croissante ;
- si $q = 1$, u est constante.

Pour $u_0 < 0$:

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q > 1$, u est strictement croissante ;
- si $q = 1$, u est constante.

Pour $u_0 < 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement croissante ;

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q > 1$, u est strictement croissante ;
- si $q = 1$, u est constante.

Pour $u_0 < 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement croissante ;
- si $q > 1$, u est strictement décroissante ;

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Suites géométriques

Soit u une suite géométrique de raison q telle que $q > 0$, $q \neq 0$ et $q \neq 1$.

Pour $u_0 > 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q > 1$, u est strictement croissante ;
- si $q = 1$, u est constante.

Pour $u_0 < 0$:

- si $0 < q < 1$, u est strictement croissante ;
- si $q > 1$, u est strictement décroissante ;
- si $q = 1$, u est constante.

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Exemples

Etudier les variations des suites géométriques u et v définies par :

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Exemples

Etudier les variations des suites géométriques u et v définies par :

a. $u_n = -4 \times 2^n$.

Variations d'une suite géométrique

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Exemples

Etudier les variations des suites géométriques u et v définies par :

a. $u_n = -4 \times 2^n$.

b.
$$\begin{cases} v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \\ v_0 = -2 \end{cases}$$

Vidéo

Approche

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

S'intéresser à la limite d'une suite u , c'est étudier le comportement des termes u_n lorsque n prend des valeurs de plus en plus grandes. Des exemples nous permettent de conjecturer diverses situations.

Suites ayant pour limite un nombre réel

Comportement global d'une suite

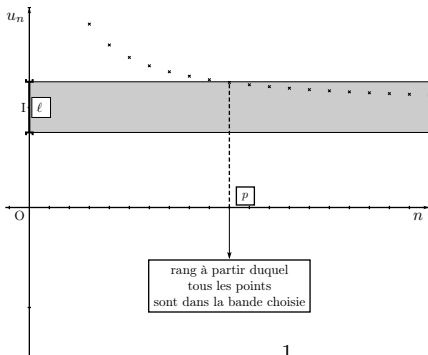
www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Une suite u a pour limite un nombre réel ℓ quand n tend vers $+\infty$, si tous les termes u_n deviennent aussi proches de ℓ que l'on veut, à condition de prendre n suffisamment grand.



Exemple :

$u_n = \frac{1}{n}$: sa limite est 0 (on peut rendre $\frac{1}{n}$ aussi proche de 0 que l'on veut à condition de prendre n suffisamment grand).

Suites ayant pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$)

Comportement global d'une suite

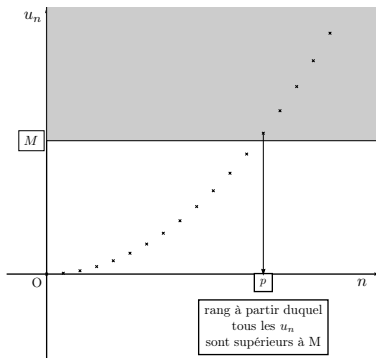
www.mathGM.fr

Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Une suite u a pour limite $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$, si ses termes u_n deviennent aussi grand que l'on veut à condition de prendre n suffisamment grand.



Exemple :

$u_n = n^2$. Sa limite est $+\infty$. Pour tout réel M , on peut rendre $n^2 \geq M$ à condition de prendre n suffisamment grand.

Suites n'ayant pas de limite

Comportement global d'une suite

www.mathGM.fr

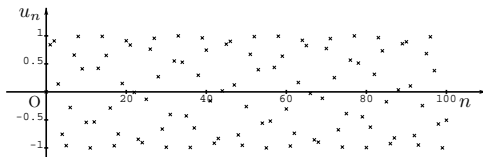
Les savoir-faire

Sens de variation d'une suite

Notion de limite

Certaines suites n'ont pas de limite.

Par exemple, la suite u définie par $u_n = \sin n$ pour $n \geq 0$ et représentée ci-dessous n'a pas de limite quand n tend vers $+\infty$.



Exemples

On considère les suites u et v définies par :

$$u_n = \frac{2n+1}{n} \text{ et } v_n = n^2 + 1.$$

Conjecturer les limites de ces deux suites. [Vidéo](#)