GÉOMÉTRIE

7

Produit scalaire

Les savoir-faire du chapitre

- **310.** Calculer un produit scalaire à l'aide de normes et d'un angle.
- **311.** Calculer le produit scalaire de deux vecteurs avec une projection orthogonale.
- **312.** Calculer un produit scalaire dans un repère.
- **313.** Calculer le produit scalaire de deux vecteurs avec des normes.
- **314.** Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer une longueur ou un angle.
- **315.** Choisir une méthode adaptée pour le calcul d'un produit scalaire en vue de la résolution d'un problème.

Le calcul mental

1 Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) $A(2\,;\,4)$ et $B(5\,;\,8)$ ....

2) $A(-3\,;\,1)$ et $B(8\,;\,-8)$ ....

3) $A(-5\,;\,-4)$ et $B(4\,;\,2)$ ....

2 Dans chacun des cas suivants, calculer $\|\vec{u}\|$.

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ....

2) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ ....

3) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$ ....

3 Compléter les égalités suivantes.

1) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\ldots A} + \overrightarrow{A\ldots}$

2) $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{HF}$

3) $\overrightarrow{D\ldots} + \overrightarrow{C\ldots} = \overrightarrow{\ldots B}$

4) $\overrightarrow{E\ldots} + \overrightarrow{\ldots E} = \overrightarrow{\ldots}$

4 Écrire le plus simplement possible.

1) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} =$ .....

2) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA} =$ .....

3) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} =$ ....

4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} =$ ....

5) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} =$ ....

6) $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} =$ .....

5 Dans le plan muni d'un repère, les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4,5\end{pmatrix}$

2) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$

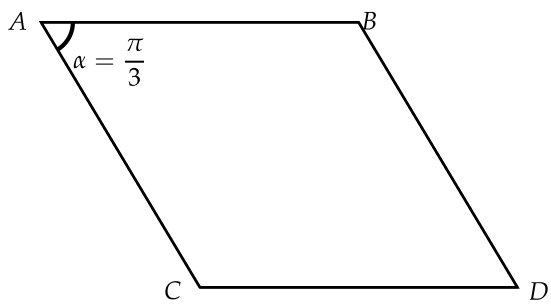
6 Compléter le tableau des valeurs remarquables suivant :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$						
$\sin x$						

S'entraîner

310 **Calculer un produit scalaire à l'aide de normes et d'un angle.**

Soit $ABDC$ un parallélogramme tel que $AB = 8$ et $AC = 10$ et $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$.



Calculer :

1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$.
3) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

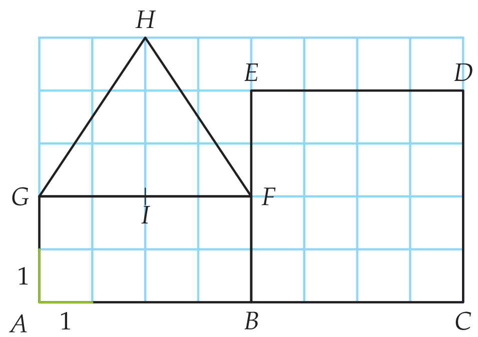
....

....

311 **Calculer le produit scalaire de deux vecteurs avec une projection orthogonale.**

On considère la figure ci-contre.
En utilisant des projections, calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
2) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BI}$
3) $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA}$
4) $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{FH}$
5) $\overrightarrow{HG} \cdot \overrightarrow{BC}$
6) $\overrightarrow{GI} \cdot \overrightarrow{FD}$



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

312 **Calculer un produit scalaire dans un repère.**

Calculer les produits scalaires suivants :

1) $\vec{s} \cdot \vec{t}$ avec $\vec{s}\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MR}$ avec $C(5\,;\,6)$, $D(-1\,;\,4)$, $M(3\,;\,7)$ et $R(8\,;\,9)$

3) $\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{EF}$ avec $E(0\,;\,1)$, $F(3\,;\,0)$, $S(8\,;\,8)$ et $T(5\,;\,5)$

....

....

....

....

....

....

313 **Calculer le produit scalaire de deux vecteurs avec des normes.**

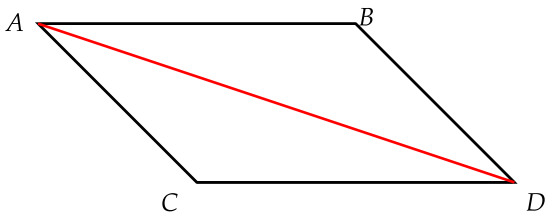
Soit $ABDC$ un parallélogramme tel que $AC = 6$ et $AB = 8$ et $AD = 12$.

Calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DA}$

....

....

....



....

....

314 **Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer une longueur ou un angle.**

1) On considère les points $A(-1\,;\,0)$, $B(-2\,;\,-7)$, $C(12\,;\,-9)$ et $D(-9\,;\,-6)$. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

....

....

....

2) On considère trois points A, B et C du plan tels que $AB = 7$, $BC = 8$ et $AC = 12$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis en déduire une mesure de $\widehat{A}$, arrondi à 0,1 près.

....

....

....

....

3) Le triangle ABC est tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $\widehat{A} = 120^{\circ}$.
Calculer le côté BC.

....

....

....

4) Le triangle ABC est tel que $AB = 11$, $AC = 14$ et $BC = 12$.
Calculer l’angle $\widehat{A}$, arrondi au degré près.

....

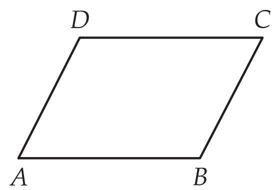
....

....

315 **Choisir une méthode adaptée pour le calcul d’un produit scalaire en vue de la résolution d’un problème.**

1) $ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = 4$, $AD = 3$ et $AC = 6$.

Calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DA}$.

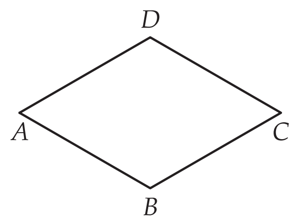


....

....

....

2) $ABCD$ est un losange de côté 4 et vérifiant $\widehat{BAD} = 60^{\circ}$.
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.



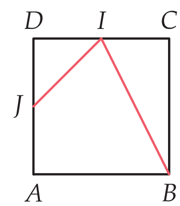
....

....

....

3) $ABCD$ est un carré de côté 1 et I est le milieu de $[DC]$ et J celui de $[AD]$.

Calculer $\overrightarrow{JI} \cdot \overrightarrow{BI}$.

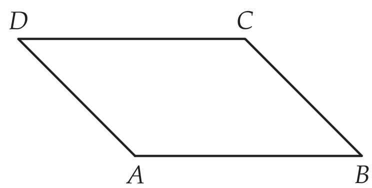


....

....

....

4) $ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = 5$ et $BD = 8$ et $\widehat{ABD} = 20^{\circ}$.
Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$. Arrondir à 0,1 près.



....

....

....