

Variables aléatoires

Les savoir-faire du chapitre

- ▶ **420.** Interpréter et utiliser les notations $\{X = a\}$, $\{X < a\}$, $P(X = a)$, $P(X < a)$.
- ▶ **421.** Modéliser une situation avec une variable aléatoire.
- ▶ **422.** Calculer une espérance, une variance, un écart type.
- ▶ **423.** Utiliser la notion d'espérance dans la résolution d'un problème.

Activités mentales

1 Calculer :

- 1) $2 \times 0,4 - 1 \times 0,2 = \dots$
- 2) $-2 \times 0,6 + 3 \times 0,1 = \dots$
- 3) $0,8 + 0,05 + 0,1 + 0,05 = \dots$
- 4) $4 \times 0,8 + 3 \times 0,5 = \dots$
- 5) $2 \times \frac{1}{4} - 3 \times \frac{3}{4} = \dots$
- 6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \dots$

2 Ecrire sous forme décimale, puis sous forme de pourcentage :

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{4} = \dots = \dots\%$ | 3) $\frac{1}{5} = \dots = \dots\%$ |
| 2) $\frac{3}{4} = \dots = \dots\%$ | 4) $\frac{3}{5} = \dots = \dots\%$ |

3 Compléter :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $1 - 0,25 = \dots$ | 5) $1 - 0,96 = \dots$ |
| 2) $1 - 0,02 = \dots$ | 6) $1 - 0,28 = \dots$ |

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 3) $1 - 0,59 = \dots$ | 7) $1 - 0,003 = \dots$ |
| 4) $1 - 0,025 = \dots$ | 8) $1 - 0,88 = \dots$ |

4

1) On lance un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- a) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ?
- b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 5 ?
- c) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 2 ?

2) A et B sont deux événements tels que :

$$P(A) = 0,2 ; P(B) = 0,5 \text{ et } P(A \cap B) = 0,1.$$

Calculer $P(\bar{A})$ et $P(A \cup B)$.

5 Donner les solutions des équations suivantes :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $2x - 5 = 0$ | $\mathcal{S} = \dots$ |
| 2) $1 - 2x = x$ | $\mathcal{S} = \dots$ |
| 3) $0,5x + 4 = x - 5$ | $\mathcal{S} = \dots$ |
| 4) $-2 + 0,1x = 1$ | $\mathcal{S} = \dots$ |





420

Interpréter et utiliser les notations $\{X = a\}$, $\{X < a\}$, $P(X = a)$, $P(X < a)$.

1) X est une variable aléatoire. Déterminer les événements contraires de :

- a) $(X > 5)$;
- b) X est supérieur ou égal à 2;
- c) $(X \leq 3)$;
- d) X est inférieur ou égal à 4.

.....

2) Le nombre de clients passant à la caisse d'un supermarché en 10 min est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,15	0,3	0,25	0,2	0,05	0,05

- a) Indiquer $P(X = 3)$
- b) Que représente l'événement $\{X \leq 3\}$?
- c) Donner la notation de l'événement : « au moins deux clients sont passés à la caisse en 10 minutes »
- d) Donner la notation de l'événement : « au plus quatre clients sont passés à la caisse en 10 minutes ».....
- e) Donner les valeurs de $P(X > 3)$, $P(X \geq 1)$ et $P(X \leq 2)$

.....

421

Modéliser une situation avec une variable aléatoire.

1) Un questionnaire à choix multiple (QCM) est composé de 5 questions. Pour chacune de ces 5 questions, il y a quatre réponses possibles et une seule est correcte.

Nabolos coche au hasard une réponse pour chacune des 5 questions.

Le barème est le suivant : un point est donné pour chaque bonne réponse et 0,5 point est enlevé pour chaque réponse fautive. Si le résultat est négatif, la note est ramenée à 0.

Quelle variable aléatoire X permet de modéliser cette situation ? Quelles sont les valeurs prises par X ?

.....

2) On lance un dé. On gagne 2 euros si le nombre obtenu est pair et un euro si c'est un multiple de 3.

On perd un euro sinon.

Quelle variable aléatoire X permet de modéliser cette situation ? Quelles sont les valeurs prises par X ?

.....





- 3) Dans une urne il y a deux boules vertes numérotées de 1 et 2 et deux boules jaunes numérotées 3 et 4. On tire deux boules au hasard successivement sans remise dans cette urne et on effectue le produit des numéros portés par les deux boules.
Quelle variable aléatoire X permet de modéliser cette situation ? Quelles sont les valeurs prises par X ?

.....
.....

421

Modéliser une situation avec une variable aléatoire.

- 1) On lance trois fois de suite une pièce équilibrée. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de coté « pile » obtenu.
- a) À l'aide d'un arbre, déterminer toutes les issues possibles associées à cette expérience.
 - b) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c) Calculer $P(X \geq 1)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- 2) Nabolos lance trois pièces équilibrées de 5, 10 et 20 centimes. Chaque coté « face » obtenu lui fait gagner la valeur de la pièce. On note X la variable aléatoire donnant la somme totale gagnée en centimes.
- a) À l'aide d'un arbre, déterminer toutes les issues de cette expérience aléatoire.
 - b) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c) Calculer $P(X < 50)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





422 Calculer une espérance, une variance, un écart type.

Le tableau suivant donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

x_i	-2	-1	0	1
p_i	0,1	0,25	0,4	0,25

Calculer l'espérance de X , sa variance et une valeur approchée à 10^{-2} de son écart type.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

423 Utiliser la notion d'espérance dans la résolution d'un problème.

1) On donne la ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui représente le gain (positif ou négatif) associé à un jeu.

x_i	-4	-3	0	a	5
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

Déterminer la valeur de a pour que ce jeu soit équitable.

.....

.....

.....

2) Une pièce est truquée et donne deux fois plus souvent pile que face. On lance la pièce et on compte le nombre X de pile.

Déterminer $E(X)$.

.....

.....

.....

.....

.....

