MATHEMATIQUES
Dérivation (1) : sujet d'entraînement 1

Exercice 1

- PARTIE A : lectures graphiques -

On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f en y indiquant les droites tangentes aux points A, B et C.
Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.

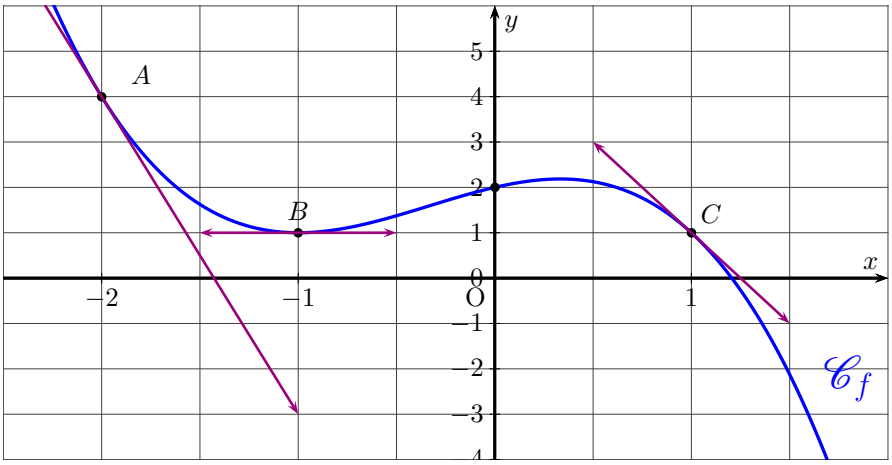
1. Donner, sans justifier $f(-2)$, $f'(-2)$, $f'(-1)$ et $f'(1)$.

2. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

3. **a.** On admet que $f'(0) = 1$. Représenter la tangente T_0 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

b. Déterminer la position relative de $\mathscr{C}_f$ et T_0.

4. L'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions dont l'une est un nombre entier noté x_1. L'autre solution est notée x_2. Donner la valeur de x_1 et un encadrement de x_2 d'amplitude 0,5.



- PARTIE B : utilisation de l'expression algébrique -

La fonction représentée est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 + x - x^2 - x^3$$

1. Retrouver la valeur exacte de x_2.

2. **a.** Déterminer, par le calcul, une équation de T_0.

b. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - (x + 2) = x^2(-x - 1)$.

c. En déduire, par le calcul, la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T_0.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^2 + x - 2$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. a. Soient a un nombre réel et h un réel non nul. Montrer que le taux d'accroissement $t(h)$ de f entre a et $a+h$ est donné par :

$$t(h) = -4a - 2h + 1$$

b. En déduire que f est dérivable en a et donner $f'(a)$.

2. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
T passe-t-elle par le point de coordonnées $(4\ ;\ -9)$? Justifier.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+3}$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique.

1. Justifier que f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-2x^2+6}{(x^2+3)^2}$.

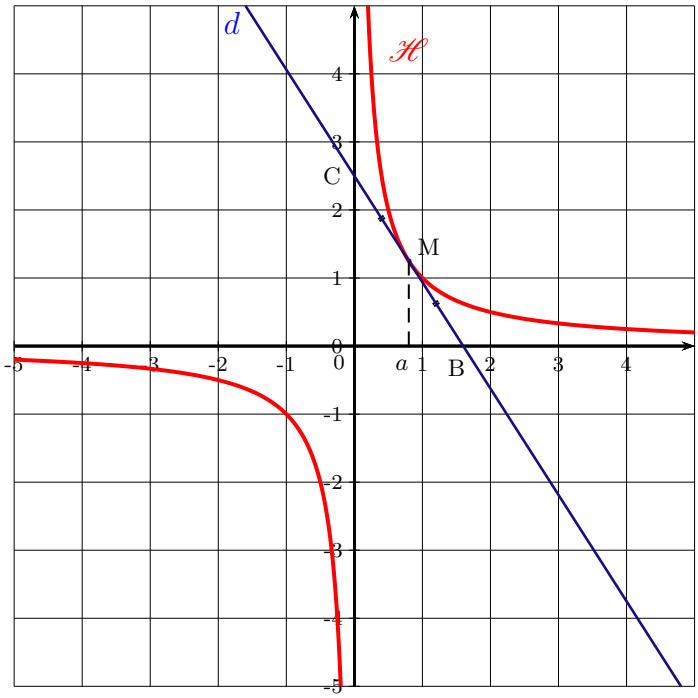
3. a. Résoudre $f'(x) = 0$.

b. Interpréter graphiquement les solutions de cette équation.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4

On donne la représentation graphique de la fonction inverse dans un repère. Le point M est un point de l'hyperbole $\mathscr{H}$ et d est la tangente en M à $\mathscr{H}$.
Démontrer que le point M est le milieu du segment $[BC]$.
En cas de difficulté sur ce problème et avant de regarder la correction, des conseils sont donnés à la fin de ce sujet. La démarche à suivre est expliquée.



Conseils pour l'exercice 4 : on réfléchit avant de commencer

On analyse bien le problème avant de se lancer. Le but est de démontrer que M est le milieu de $[BC]$. B et C étant les points d'intersection de la tangente avec les axes de coordonnées.
Ce serait donc bien de déterminer les coordonnées des points B, C et M en fonction de a qui est l'abscisse du point M. Je rappelle que le point M est mobile sur l'hyperbole.
Bon. Les coordonnées de M en fonction de a, ça devrait aller.
Pour les points B et C comment va-t-on s'y prendre ? Eh bien, on va déterminer l'équation réduite de la tangente en M en fonction de a toujours (on aura donc une équation avec "des a"). Pour cela on utilise la formule de la tangente (ou pas, c'est comme vous le sentez....)... Une fois qu'on a cette équation (on a fait le plus dur), on détermine les coordonnées des points B et C.
Comment fait-on ? Simple.... On connaît pour chacun de ces points une coordonnée, non ? Pour trouver l'autre on remplace dans l'équation de la tangente puisque les points sont dessus (donc leurs coordonnées vérifient l'équation).
Pour finir (enfin), on vérifie que les coordonnées du point M sont bien celles des coordonnées du milieu de $[BC]$... Rappelez-vous, les coordonnées du milieu !
Pas évident cet exercice !