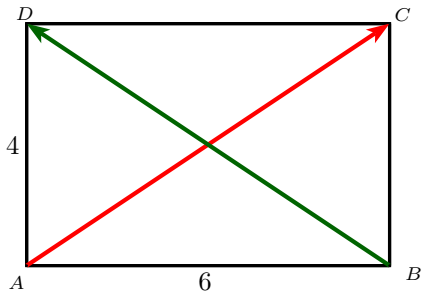
# MATHEMATIQUES
## Produit scalaire : sujet entraînement 1

## Exercice 1

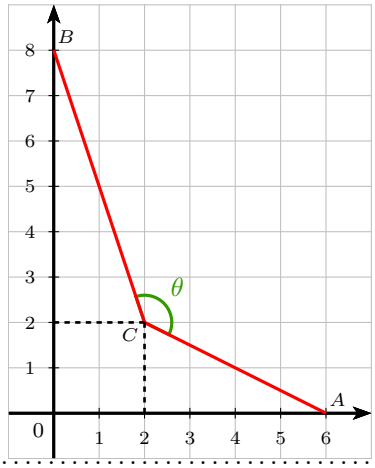



$ABCD$ est un rectangle, $AB = 6$ et $AD = 4$.

**1.** Exprimer $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

**2.** En déduire que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -20$.

## Exercice 2

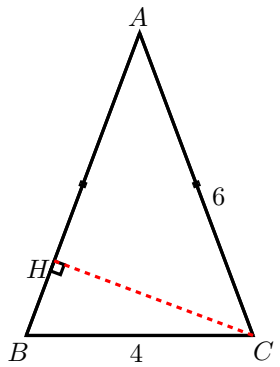



Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(6\ ;\ 0)$, $B(0\ ;\ 8)$ et $C(2\ ;\ 2)$.

**1.** Exprimer de deux manières le produit scalaire $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

**2.** Trouver en radians la mesure exacte de l'angle géométrique $\widehat{ACB}$.

## Exercice 3



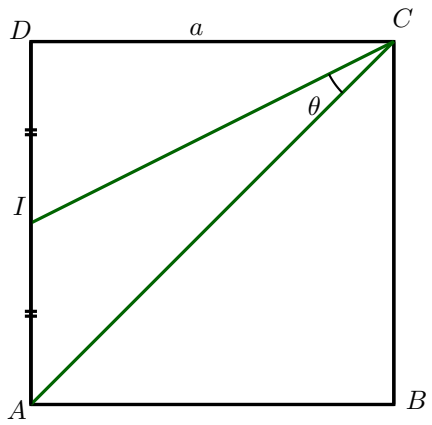

$ABC$ est un triangle isocèle tel que $AB = 6$ et $BC = 4$.

**1.** Démontrer que $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 8$.

**2.** En déduire $BH$ puis $HC$.

## Exercice 4

$ABCD$ est un carré de côté $a$.
$I$ est le milieu du segment $[AD]$. On veut démontrer que la mesure $\theta$ de l'angle $\widehat{ACI}$ est indépendante de $a$.




**1. a.** Calculer $CI$ et $CA$ en fonction de $a$.

**b.** En déduire que :

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{a^2\sqrt{10}}{2}\cos\theta$$

**2. a.** Exprimer $\overrightarrow{CI}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CB}$.

**b.** En déduire que $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{3}{2}a^2$.

**3.** Calculer $\cos\theta$ et conclure.

## Exercice 5

$ABCD$ est un trapèze rectangle en $A$ et en $D$. tel que $AB = 4$, $CD = 3$ et $AD = h$.
$I$ est le milieu du segment $[AD]$.

**1.** Exprimer $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC}$ en fonction de $h$.

**2.** En déduire s'il existe des valeurs de $h$ pour lesquelles le triangle $IBC$ est rectangle en $I$.

**Emplacement pour la figure**