
MATHEMATIQUES

Produit scalaire : sujet entraînement 2

Exercice 1

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs tels que :

$$\|\vec{u}\| = 3, \quad \|\vec{v}\| = 5 \quad \text{et} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 12$$

Calculer : $\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v})$; $2\vec{u} \cdot (-3\vec{v})$ et $(\vec{u} + \vec{v})^2$.

2. \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs ayant pour normes respectives 2 et 3 et tels que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$.

a. Calculer $(\vec{u} - \vec{v})^2$.

b. En déduire $\|\vec{u} - \vec{v}\|$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on donne trois points $A(4 ; 1)$, $B(0 ; 5)$ et $C(-2 ; -1)$.

1. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

2. En déduire que $\cos \widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

3. Déterminer une mesure de \widehat{BAC} , à un degré près.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3

Soit $[AB]$ un segment de longueur 4 et de milieu I .

1. a. Montrer que, pour tout point M quelconque du plan :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - IA^2$$

b. Déterminer puis construire sur une figure l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 5$.

2. a. Montrer que, pour tout point M quelconque du plan :

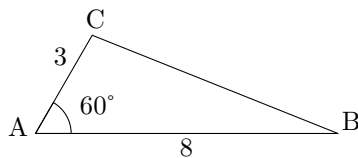
$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$$

b. Déterminer puis construire sur la figure l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 40$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4

Soit ABC un triangle tel que $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.



1. Calculer BC .

2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle \widehat{ACB} .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....