MATHEMATIQUES
Comportement global d'une suite : entraînement

Exercice 1

Soit u la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$.

1. Déterminer le sens de variation de la suite u.

2. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.
Conjecturer une expression de u_n en fonction de n.

....
....
....
....
....
....
....

Exercice 2

Soit la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$$

On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.

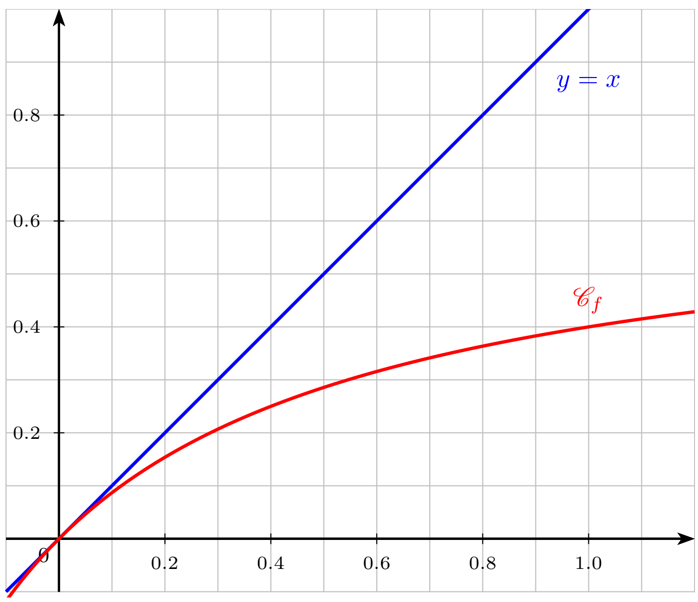
-Partie A : Etude graphique et conjectures-

Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x}{2+3x}$. On note C_f sa courbe représentative.

1. Justifier que f est la fonction associée à la suite (u_n).

2. Représenter graphiquement sur le graphique ci-dessous, les quatre premiers termes de la suite (u_n), puis donner une valeur approchée de chacun de ces termes.

3. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n), puis sa convergence.



-Partie B : Démonstrations des conjectures-

1. **a.** Calculer u_1, u_2 et u_3.

   b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
3. On pose pour tout entier n, $v_n = 1 + \dfrac{2}{u_n}$.

   a. Calculer v_0, v_1 et v_2. Quelle semble être la nature de la suite ?

   b. Démontrer cette conjecture.
4. Exprimer v_n en fonction de n. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
5. Conjecturer la limite de la suite u_n.

Exercice 3

Pour chacune des questions suivantes (indépendantes), plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

1. La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{2n-3}{n+4}$ est :

a. croissante **b.** décroissante **c.** non monotone

2. La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{3}{2}u_n \end{cases}$ est :

a. croissante **b.** décroissante **c.** non monotone

3. La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \dfrac{3}{n} - 1$ est :

a. croissante **b.** décroissante **c.** non monotone

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 5 - 2n$.

Pour chacune des questions suivantes, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

1. La suite (u_n) est une suite :

a. arithmétique **b.** géométrique **c.** ni arithmétique ni géométrique

2. La suite (u_n) est une suite :

a. croissante **b.** décroissante **c.** non monotone

3. Quelle semble être la limite de cette suite ?

a. $+\infty$ **b.** $-\infty$ **c.** (u_n) n'a pas de limite