
MATHEMATIQUES

Probabilités - Variables aléatoires : entraînement (2)

Exercice 1

Une urne contient dix boules indiscernables, six rouges et quatre bleues. On tire, successivement et avec remise, trois boules de cette urne.

Une fois les trois tirages effectués, on gagne trois euros par boule rouge mais on en perd cinq par boule bleue. On note X le gain algébrique (exprimé en euros) d'un joueur lors d'une partie de ce jeu.

1. Schématiser une partie du jeu à l'aide d'un arbre pondéré dans lequel la lettre R symbolisera le tirage d'une boule rouge et la lettre B celui d'une boule bleue.
2. En indiquant le calcul effectué, vérifier que la probabilité de gagner neuf euros est égale à 0,216.
3. Proposer deux méthodes permettant de compléter la loi de probabilité de X , c'est-à-dire deux calculs permettant d'obtenir la probabilité manquante.

Valeurs x_i prises par X	-15	-7	1	9
Probabilités $P(X = x_i)$	0,064		0,432	0,216

4. Calculer l'espérance de X . Indiquer le calcul effectué.
5. L'organisateur du jeu tente de convaincre de participer à son jeu. Pour chacune de ses affirmations, dire si elle est vraie ou fausse et justifier soigneusement la réponse.
 - a. **Affirmation 1** : La probabilité de gagner est supérieure à celle de perdre.
 - b. **Affirmation 2** : La probabilité de gagner est supérieure à celle de perdre donc le jeu est favorable au joueur.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2

On dispose d'un dé à 6 faces parfaitement équilibré.

Il y a n faces du dé qui sont rouges et les autres sont vertes (n est un entier entre 0 et 6).

La partie coûte $2n$ €.

Une partie consiste à jeter deux fois le dé. Si on obtient deux couleurs identiques on gagne $3n$ €, sinon on ne gagne rien.

On appelle X la variable aléatoire donnant le gain final (gain – coût de la partie).

1. Dans le cas où $n = 3$.

a. Décrire la loi de probabilité de X .

b. Déterminer $E(X)$ son espérance.

c. Qui est le plus avantageux entre l'organisateur du jeu ou le joueur? *Justifier.*

2. Cas général.

a. Montrer que $E(X) = \frac{n(n^2 - 6n + 6)}{6}$.

b. Déterminer pour quelles valeurs de n le jeu est avantageux pour le joueur.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3

Un ami vous propose le jeu suivant : vous lancez trois pièces de monnaie, si vous obtenez deux « faces » exactement, vous gagnez 5 €, sinon vous perdez 2 €. Jouez-vous?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....