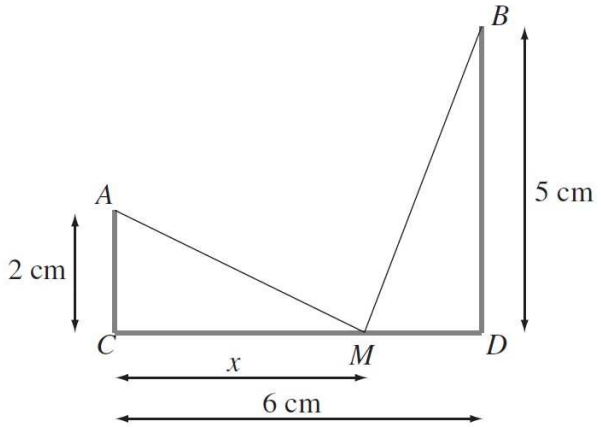
MATHÉMATIQUES
AP : Problème de l'élastique

Un élastique fixé en A et B est passé dans un anneau (matérialisé par le point M) qui coulisse entre C et D. Le but de cet exercice est d'étudier les variations de la longueur de cet élastique suivant la position de M sur $[CD]$.



1. Dans quel ensemble x prend-il ses valeurs ?

2. Exprimer la longueur $L = AM + MB$ en fonction de x.

3. En utilisant la calculatrice :

a. Quelle est la longueur de l'élastique pour :
$x = 4,75$; $x = 0,8$; $x = 2,8$?

b. Soit x_0, la valeur de x pour laquelle la longueur L est minimale. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de x_0, ainsi qu' une valeur approchée à 10^{-2} près de la longueur minimale L_0 correspondante.

4. Recherche des valeurs exactes de x_0 et de L_0.

a. Compléter la figure en plaçant le point A' symétrique de A par rapport à (CD).

b. Démontrer que $A'M + BM = AM + BM$.

c. Pour quelle position de M sur $[CD]$ obtient-on la longueur L la plus petite ? On appellera I cette position particulière.

d. Calculer la valeur exacte de CI, puis la valeur exacte de $L_0 = AI + IB$.

e. Dresser le tableau des variations de L suivant les valeurs de x ; on reportera les valeurs exactes.