Parcours d'exercices

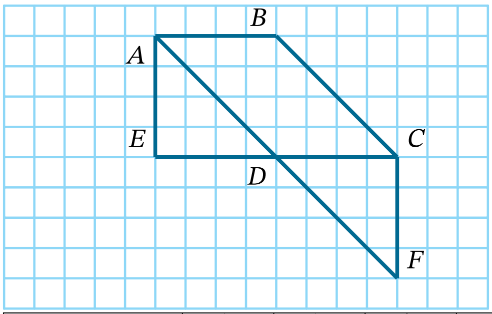
Vecteurs

11

Géométrie

Exercice 1

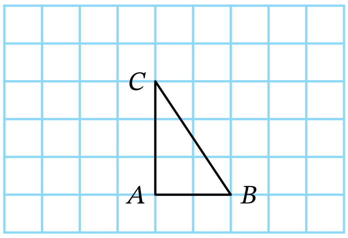
Dans cette figure, où $ABDE$ est un carré et où $ACFE$ est un parallélogramme, cocher dans le tableau les couples de vecteurs qui vérifient les propriétés :



	$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC}$	$\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{DC}$	$\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{DF}$	$\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CF}$
Même direction				
Même sens				
Même norme				
Egaux				
Opposés				

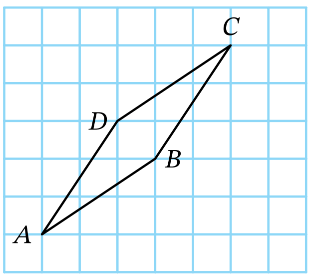
Exercice 2

On donne un triangle ABC rectangle en A.
Construire le représentant d'origine A du vecteur $\overrightarrow{BC}$.



Exercice 3

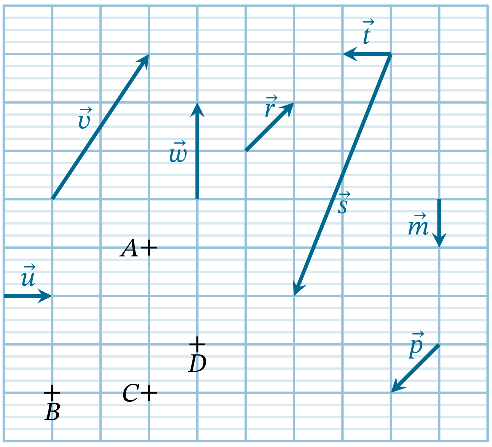
$ABCD$ est un losange.
Construire le représentant d'extrémité C de $\overrightarrow{BD}$.



Exercice 4

À partir de la figure ci-dessous, citer un vecteur :

1) opposé à $\overrightarrow{CD}$;
2) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$;
3) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire ;
4) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.



Exercice 5

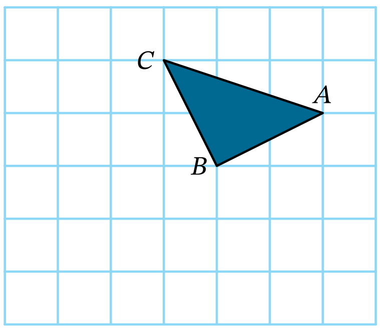
Placer deux points A et B et tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) Construire un vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$.
2) Construire un vecteur de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AB}$ et qui n'est pas égal à $\overrightarrow{AB}$.
3) Construire un vecteur de même direction que $\overrightarrow{AB}$ mais de sens contraire et qui n'est pas égal à $\overrightarrow{BA}$.

1 Translations

Exercice 6

À partir de la figure ci-dessous, construire le translaté du triangle ABC dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

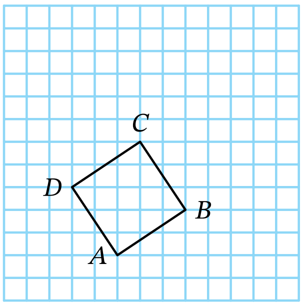


Exercice 7

$ABCD$ est un carré de centre O.

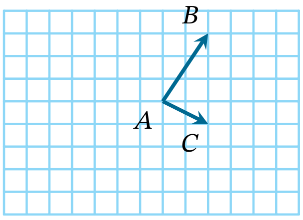
Construire l'image de ce carré par

1) la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
2) la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$;
3) la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$.



Exercice 8

On considère les trois points A, B et C dans le figure ci-dessous.



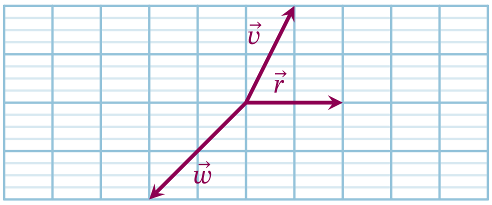
1) Construire le point D tel que A soit son image par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2) Construire le point E tel que A soit son image par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3) Démontrer que le quadrilatère $BCED$ est un parallélogramme.

2 Opérations avec les vecteurs

Exercice 9

Construire les vecteurs suivants :

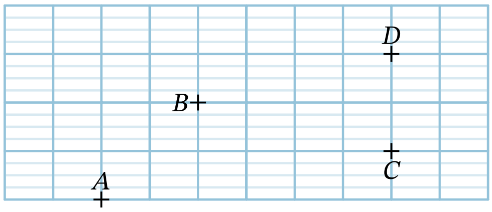
1) $\vec{w} + \vec{r}$
2) $\vec{r} + \vec{v}$
3) $\vec{v} + \vec{w}$



Exercice 10

Construire les vecteurs suivants :

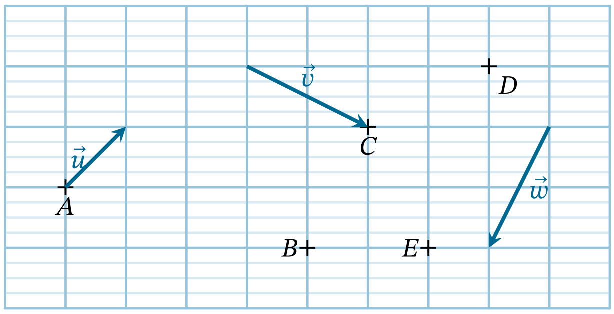
1) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
2) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$



Exercice 11

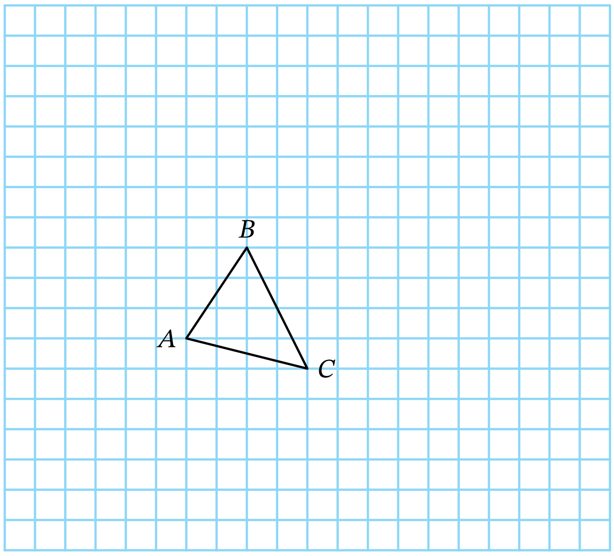
Construire un représentant des vecteurs suivants.

1) $\overrightarrow{AB} - \vec{u}$
2) $\vec{v} - \overrightarrow{CB}$
3) $-\vec{w} + \overrightarrow{DE}$



Exercice 12

ABC est un triangle.



Placer les points M, N, P et R définis par :

$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$

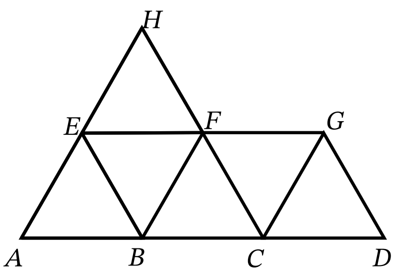
$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CR} = 3\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AC}$

3 Relation de Chasles

Exercice 13

Tous les triangles tracés sur la figure ci-dessous sont équilatéraux.
Remplacer les sommes vectorielles suivantes par un vecteur unique.

1) $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AC}$.
2) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{FC}$.
3) $-\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$.
4) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}$.



Exercice 14

Écrire le plus simplement possible.

1) $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}$
2) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BD}$
3) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}$
4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DB}$
5) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{EM} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{EC}$
6) $-\overrightarrow{AU} + \overrightarrow{SH} - \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{MU}$

Exercice 15

Soit A, B, C, E et F cinq points du plan.
Démontrer les égalités suivantes :

1) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
2) $\overrightarrow{\mathrm{BE}} - \overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{BA}}$.
3) $2\overrightarrow{\mathrm{AF}} + \overrightarrow{\mathrm{FB}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AF}}$.

4 Vecteurs colinéaires

Exercice 16

Soit A, B et C trois points du plan.
On considère le vecteur :

$$\vec{u} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Démontrer, sans faire de figure, que le vecteur $\vec{u}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 17

Soient $\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB}$
et $\vec{v} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AB}$
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

5 Démontrer avec les vecteurs

Exercice 18

ABC est un triangle.
D et E sont les points tels que :

$$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$$

Démontrer que C est le milieu du segment $[AD]$.

Exercice 19

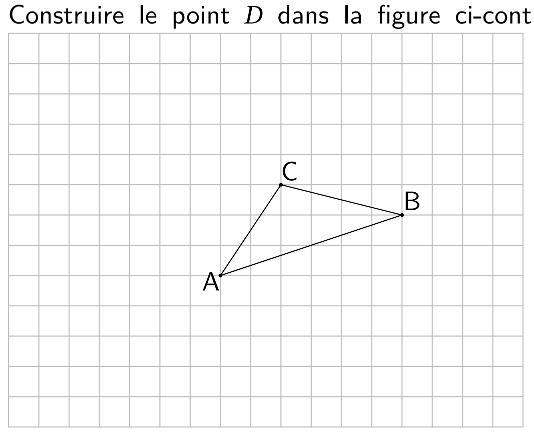
A B C D est un quadrilatère tel que $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$. Soit E le symétrique de A par rapport à C.
Démontrer que E est le symétrique de B par rapport à D.

Exercice 20

Soit ABC un triangle quelconque et D le point vérifiant la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$$

1) Construire le point D dans la figure ci-contre.



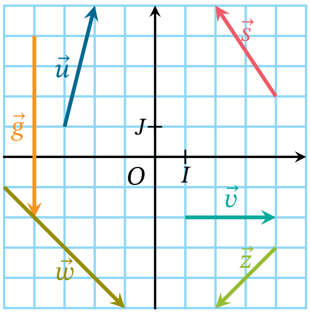
2) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b) Montrer que $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.
3) En déduire que les points B, C et D sont alignés.

6 Lire les coordonnées

Exercice 21

Lire les coordonnées des vecteurs.

1) $\vec{u}$
2) $\vec{v}$
3) $\vec{w}$
4) $\vec{s}$
5) $\vec{z}$
6) $\vec{g}$



Exercice 22

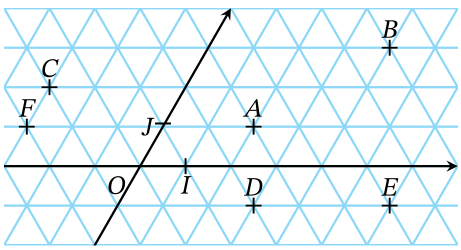
Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, représenter le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$, ayant pour origine le point $A\,(-8;7)$.

MathALÉA

Exercice 23

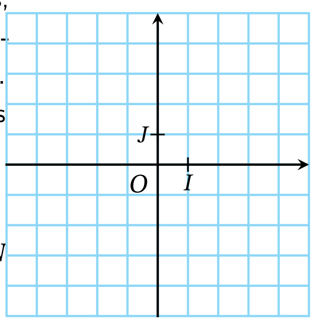
Lire les coordonnées des vecteurs suivants dans le repère $(O;I,J)$ ci-dessous.

1) $\overrightarrow{AB}$ 3) $\overrightarrow{CA}$ 5) $\overrightarrow{AE}$
2) $\overrightarrow{AD}$ 4) $\overrightarrow{DE}$ 6) $\overrightarrow{CF}$



Exercice 24

Dans le repère ci-dessous, on donne les points suivants : $A(3;-4)$ $B(-3;5)$.
On donne aussi les vecteurs suivants :
$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.
Placer les points M et N tels que :
$\overrightarrow{AM}=\vec{u}$ et $\overrightarrow{NB}=\vec{v}$

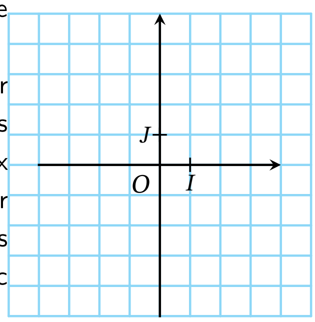


7 Calcul de coordonnées

Exercice 25 : Activité

Dans le repère ci-dessous, on donne les points suivants : $A(3;-4)$ $B(-3;5)$.

Lire les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
Essayer de généraliser une formule à partir des coordonnées de deux points quelconque pour déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, avec $A(x_A;y_A)$ $B(x_B;y_B)$.



Exercice 26

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points suivants :
$A\,(0;-1)$ et $B\,(-4;3)$
Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

MathALÉA

Exercice 27

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne le point $A\,(-2;-3)$ et le vecteur $\vec{u}\,(1;1)$. Déterminer les coordonnées du point B tel que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$

MathALÉA

Exercice 28

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne le point $B\,(-3;2)$ et le vecteur $\vec{u}\,(-4;4)$. Déterminer les coordonnées du point A tel que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$

MathALÉA

Exercice 29

Dans un repère, déterminer les coordonnées de A', image de $A\,(-2\,;\,2)$ par la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$.

Exercice 30

Dans un repère, déterminer les coordonnées de A, dont l'image par la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ est $A'\,(-4\,;\,6)$.

8 Norme d'un vecteur

Exercice 31

Dans un repère orthonormé, on donne $\vec{q}(-7;5)$.
Déterminer la norme du vecteur $\vec{q}$.

Exercice 32

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A(3;-4)$, $B(-1;2)$. Calculer $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

Exercice 33

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A(-3;5)$, $B(-2;1)$ et $C(2,2)$.
Déterminer la nature du triangle ABC.

Exercice 34

Dans le plan muni d'un repère, on considère le vecteur $\vec{u}(-3;4)$ et $\vec{v}(-1;m)$ avec $m \in \mathbb{R}$.
Déterminer les valeurs de m pour que $\left\|\vec{u}\right\| = \left\|\vec{v}\right\|$

9 Égalités vectorielles

Exercice 35

Dans un repère orthonormé, on donne les vecteurs suivants :
$\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\-8\end{pmatrix}$.
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

Exercice 36

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points suivants : $A(-1;8)$, $B(3;-5)$, $C(-1;-4)$ et $D(-9;5)$.
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

Exercice 37

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points suivants : $A(2;4)$, $B(7;-7)$, $C(3;1)$ et $D(0;-8)$.
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.

Exercice 38

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les vecteurs suivants : $\vec{u}\begin{pmatrix}9\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-7\end{pmatrix}$.
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

Exercice 39

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points suivants : $A(-4;3)$, $C(-4;5)$ et $D(-2;8)$.

Déterminer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{CD} = -5\overrightarrow{BA}$.

Exercice 40

Dans un repère $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$, on considère les points $V(-7\,;\,-7)$, $W(7\,;\,9)$ et $X(-2\,;\,-5)$.
Déterminer les coordonnées du point Y tel que $VWXY$ soit un parallélogramme.

Exercice 41

On donne $\mathrm{A}(-1;2)$; $\mathrm{B}(3;1)$. Calculer les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$

Exercice 42

On donne $\mathrm{A}(-3;2)$; $\mathrm{B}(4;3)$; $\mathrm{C}(6;-3)$;
Calculer les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Exercice 43

On donne $\mathrm{A}(-2;2)$; $\mathrm{B}(1;-3)$; $\mathrm{C}(9;-1)$; $\mathrm{D}(6;4)$
Démontrer que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 44

On donne $\mathrm{A}(-1;2)$; $\mathrm{B}(3;4)$; $\mathrm{C}(1;-3)$

1) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2) Déduisez-en les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 45

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points A, B et C respectivement de coordonnées $(1;4)$, $(4;6)$ et $(2;3)$.

1) Quelles sont les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme ?
2) Prouver que $ABCD$ est aussi un losange.

10 Vecteurs colinéaires

Exercice 46

Dans le plan muni d'un repère, les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4,5\end{pmatrix}$
2) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$
3) $\vec{w}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\-4,5\end{pmatrix}$

Exercice 47

On donne $\mathrm{A}(3;1)$; $\mathrm{B}(-2;3)$; $\mathrm{C}(1;4)$ et $\mathrm{D}(9;3)$.
Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 48

Démontrer dans chaque cas que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

1) $4\overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$
2) $\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

Exercice 49

Dans chaque cas, déterminer m pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires

1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2m \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} m \\ m \end{pmatrix}$
2) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} m \\ 4 \end{pmatrix}$

11 Alignement et parallélisme

Exercice 50

Dans chaque cas, dire si les points A, B et C sont alignés :

1) $A(1;3); B(-1;2); C(2;3)$
2) $A(4;3); B(0;-1); C(2;1)$

Exercice 51

Dans chaque cas, dire si $(AB)//(CD)$:

1) $A(-2;1,5); B(3;4); C(1;-0,5); D(4;1)$
2) $A(-4,5;1); B(-2;3); C(-2;-1); D(3;3)$

Exercice 52

Le plan est muni d'un repère.

1) Placer les points $V(-1;-1,5)$, $A(-2;0)$ et $T(5;0)$.
2) Placer E tel que $\overrightarrow{VA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{VE}$.
3) Placer U tel que $\overrightarrow{TU}$ ait pour coordonnées $\begin{pmatrix} -2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$.
4) Que peut-on dire des droites (OU) et (ET) ? Justifier.

Exercice 53

Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(1;-2)$, $B(-3;1)$, $C(-17;15)$ et $D(-5;6)$.
Montrer que $ABCD$ est un trapèze.