Parcours d'exercices

Calculatrice

0

FONCTIONS

Le problème :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 1$.

On veut compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$											

Pour cela, il faut indiquer à la calculatrice :

1) l'expression de la fonction f.

2) la plus petite valeur et la plus grande valeur du tableau que l'on veut calculer.

3) l'écart entre chaque valeur (appelé le pas du tableau).

• **Menu Table** TABLE et entrer l'expression de f. On valide avec EXE.

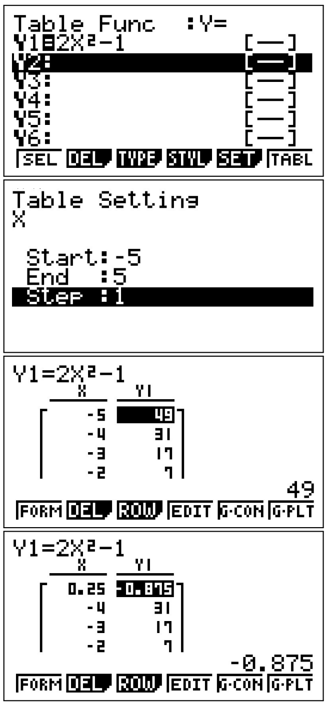
On utilise la touche X,θ,T pour entrer la valeur de X.

• F5 (pour obtenir SET) et entrer le nombre de départ (START), le dernier nombre (END) et le pas (STEP).

• EXE pour revenir, puis F6 (pour obtenir TABL).
On lit, par exemple que 49 est l'image de -5 par la fonction f.

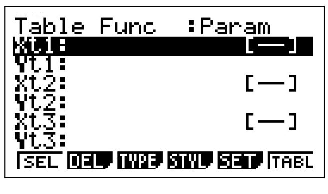
• Si l'écran n'affiche pas toutes les valeurs souhaitées, on peut se déplacer dans la table avec les flèches de direction REPLAY.

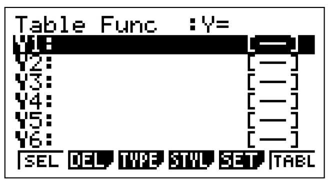
• Pour obtenir une image d'un nombre qui n'est pas dans la table on peut taper directement cette valeur dans la colonne de gauche et on obtient son image dans la colonne de droite. L'image de 0,25 est $-0,875$.



Remarque :

Si, au lieu d'avoir $Y1$: vous avez $XT1$:, on utilise la touche F3 (pour obtenir TYPE) et on sélectionne Y= avec la touche F1.





Exercice 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x+3}$.

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Dresser un tableau de valeur de pas 1 pour x variant entre -4 et 4.

3) Quelle est l'image de -2 ?

4) Donner un antécédent de $0,2$. Peut-on affirmer que c'est le seul ? Pourquoi ?

5) Que peut-on proposer pour obtenir rapidement l'image de 50 ?

6) Quelle est l'image de -3 ? Quelle question permettait d'anticiper ce résultat ?

Exercice 2

On considère la fonction g qui à tout réel x associe le nombre réel $g(x) = x^2 - 3x$.

1) Dresser un tableau de valeurs de la fonction g sur l'intervalle $[-3;4]$ de pas 1.

2) A quel intervalle d'amplitude 1 semble appartenir la valeur de x donnant la plus petite valeur de $g(x)$?

3) Dresser un tableau de valeurs de la fonction g de pas $0,1$ sur l'intervalle trouvé.

4) Quelle semble être la valeur de x donnant la plus petite valeur de $g(x)$?

Le problème :
Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-8\ ;\ 6]$ par : $f(x) = x^2 + 4x - 8$

Pour cela, il faut indiquer à la calculatrice :

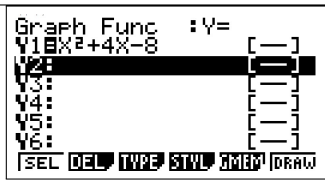
1) l'expression de la fonction f.
2) le paramétrage de la fenêtre d'affichage.

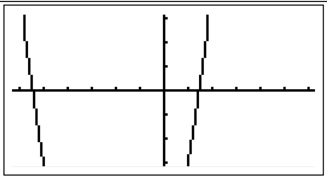
Définir la fonction et tracer la courbe

- **Menu GRAPH** et entrer l'expression de f. On valide avec EXE.

On utilise la touche X,θ,T pour entrer X.

- Choisir DRAW (touche F6).





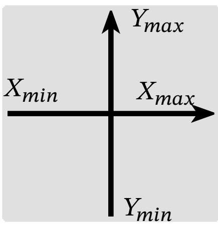
L'écran ci-dessus n'est qu'un exemple. Il est possible que celui affiché sur votre calculatrice soit différent. On voit que la fenêtre d'affichage n'est pas adaptée (on ne voit pas bien la courbe sur son ensemble de définition qui est $[-8\ ;\ 6]$).

Réglage de la fenêtre d'affichage

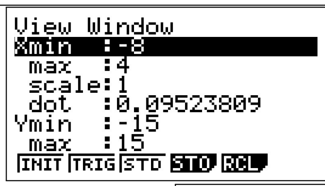
- Instruction V-Window (touches SHIFT puis F3)

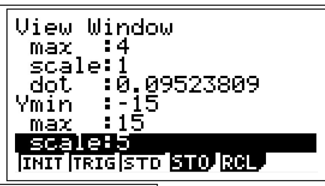
Régler les paramètres X_{min}, X_{max}, X_{scale}, Y_{min}, Y_{max} et Y_{scale} comme l'écran ci-contre. Utiliser la touche EXE pour valider et les flèches de direction pour changer de ligne.

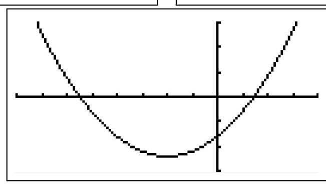
X_{min} est le bord gauche de la fenêtre.
X_{max} est le bord droit de la fenêtre.
Y_{min} est le bas de la fenêtre.
Y_{max} est le bord haut de la fenêtre.
SCALE donne les graduations sur chacun des axes.
Par exemple sur l'axe des ordonnées le pas de la graduation est 5 (on a donc comme graduation -15, -10, -5, 0, 5, 10 et 15).



- Choisir DRAW (touche F6).

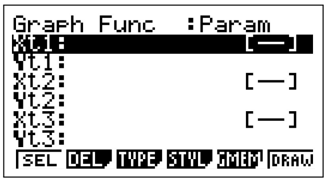


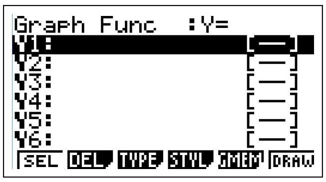




Si cela ne marche pas :

- Si, au lieu d'avoir $Y1:$ vous avez $XT1:$, on utilise la touche F3 (pour obtenir TYPE) et on sélectionne Y= avec la touche F1.





- Assurez-vous que la fonction est bien sélectionnée : il doit y avoir un petit rectangle noir autour du signe $\boxed{=}$:

Graph Func
Y1■X²+4X-8

Si ce n'est pas le cas, sélectionnez SEL par la touche F1.

- Vérifiez votre fenêtre d'affichage.

Exercice 3

Soit f_1 la fonction définie sur $[-5;5]$ par $f_1(x) = x^2 + 1$.

1) Dresser un tableau de valeurs de pas 1 de la fonction f.

2) Déduire de ce tableau les valeurs extrêmes des abscisses et des ordonnées.

X_{min}=... X_{max}=...

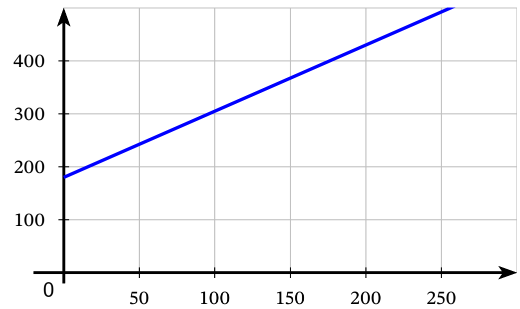
Y_{min}=... Y_{max}=...

3) Représenter f sur votre calculatrice.

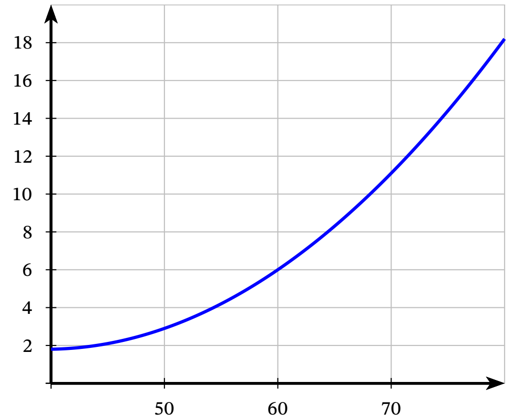
Exercice 4

Reproduire (avec les graduations qui vont bien cela va de soi :-) sur votre calculatrice les représentations graphiques donnée ci-dessous.

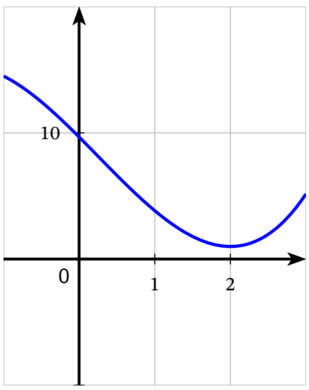
$C(x) = 1,25x + 180$



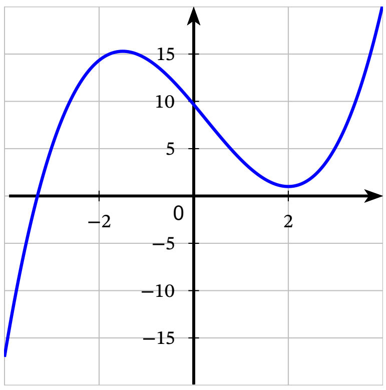
$f(x) = 0,01x^2 - 0,79x + 17,40$



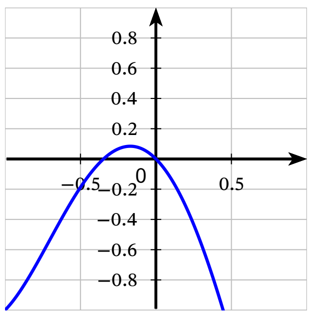
$g(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{58}{6}$



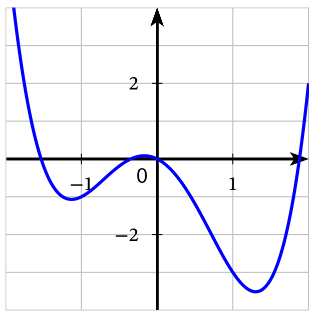
$g(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{58}{6}$



$h(x) = x^4 - 3x^2 - x$



$h(x) = x^4 - 3x^2 - x$



Exercice 5

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -0,02x^3 + 0,05x^2 + x + 2,035$$

1) Représenter cette fonction sur votre calculatrice avec $X_{min} = -10$, $X_{max} = 10$, $X_{scale} = 2$, $Y_{min} = -10$, $Y_{max} = 10$, et $Y_{scale} = 2$. Reporter ce graphique ci-dessous (en faisant apparaître les axes du repère) :

2) En utilisant cette fenêtre graphique, quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?

3) Changer le paramétrage de la fenêtre graphique en : $X_{min} = -3,8$, $X_{max} = -3$, $X_{scale} = 0,1$, $Y_{min} = -0,02$, $Y_{max} = 0,02$, et $Y_{scale} = 0,01$. Que constate-t-on ?

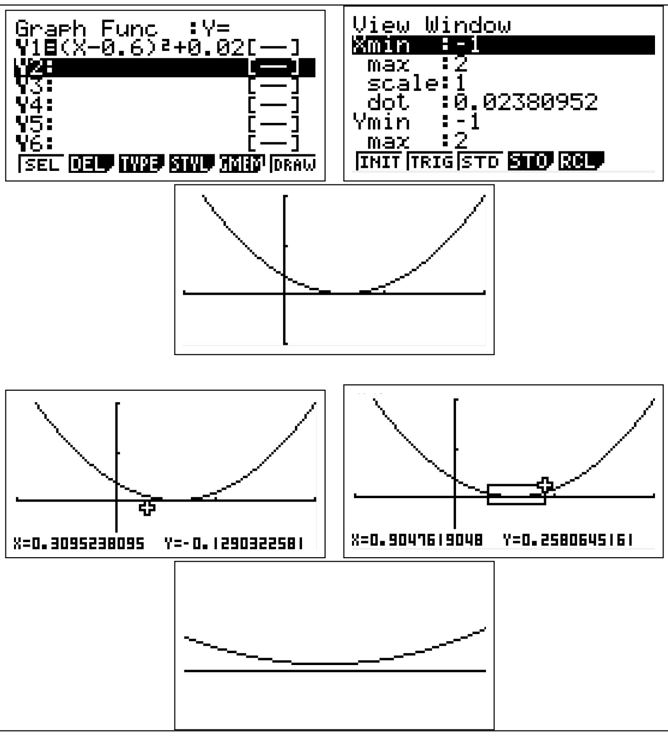
Utilisation du zoom

- Entrer la fonction f définie par :

$$f(x) = (x - 0,6)^2 + 0,02$$

Fenêtre d'affichage :
$X_{min} = -1$, $X_{max} = 2$, $X_{scale} = 1$, $Y_{min} = -1$, $Y_{max} = 2$ et $Y_{scale} = 1$.

- Avec SHIFT puis F2 on accède au zoom. Choisir BOX avec la touche F1.
Cela permet d'agrandir une partie rectangulaire de l'écran. Placez le point clignotant sur un coin du rectangle à agrandir, appuyez sur EXE, puis avec les flèches de direction REPLAY, placez le point clignotant sur le coin opposé du rectangle à agrandir et appuyez de nouveau sur EXE.



Remarques :

Les autres fonctions du zoom sont :
- IN permet d'agrandir le dessin autour d'un point choisi. Le facteur d'agrandissement est, à l'origine, un facteur de 2 pour chacun des axes. Ce facteur d'agrandissement peut être modifié par le menu FACT.
- OUT permet de diminuer le dessin autour d'un point choisi. Le facteur est le même que pour Zoom IN.
- AUTO laisse la calculatrice ajuster elle-même la fenêtre de tracé (je déconseille).
- ORIG permet de retrouver la fenêtre d'origine. (Appuyer auparavant sur la touche F6 pour y accéder).
- SQR modifie le repère pour en faire un repère orthonormal. L'unité graphique sera alors la même sur chaque axe.
- PRE permet de retrouver le Zoom précédent.

L'instruction TRACE (touches SHIFT, puis F1) permet de déplacer un point sur la courbe.

Exercice 6

Représenter sur une même fenêtre graphique les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x - 7 \qquad \text{et} \qquad g(x) = 0,5x + 1$$

On prendra comme fenêtre d'affichage :
$X_{min} = -5$, $X_{max} = 5$, $X_{scale} = 1$, $Y_{min} = -10$, $Y_{max} = 5$ et $Y_{scale} = 5$.
Utiliser l'instruction ZOOM pour vérifier que le point d'intersection (dont l'abscisse est la plus petite) entre les deux courbes se situe bien au-dessus de l'axe des abscisses.

Exercice 7

Dessiner une allure de la courbe représentative de chacune des fonctions suivantes (On précisera à chaque fois les valeurs extrêmes de la fenêtre d'affichage).

$f_1(x) = x^5 + 32$ sur $[-2; 2]$

$\mathrm{X_{min}} =$

$\mathrm{X_{max}} =$

$\mathrm{Y_{min}} =$

$\mathrm{Y_{max}} =$

$f_2(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ sur $[-4; 4]$

$\mathrm{X_{min}} =$

$\mathrm{X_{max}} =$

$\mathrm{Y_{min}} =$

$\mathrm{Y_{max}} =$

$f_3(x) = (4x+1)(x-9) + 10$ sur $[-2; 3]$

$\mathrm{X_{min}} =$

$\mathrm{X_{max}} =$

$\mathrm{Y_{min}} =$

$\mathrm{Y_{max}} =$

$f_4(x) = \dfrac{x-5}{100}$ sur $[0; 5]$

$\mathrm{X_{min}} =$

$\mathrm{X_{max}} =$

$\mathrm{Y_{min}} =$

$\mathrm{Y_{max}} =$

Exercice 8

Sur la calculatrice, tracer la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{8x+15}{4x+6}$ pour x variant de -4 à 2.

1) Pourquoi $-1,5$ n'a-t-il pas d'image par f ?
2) Comment cela se traduit-il sur l'écran de la calculatrice ?

Exercice 9

Soit g la fonction définie sur $[-5\ ;\ 5]$ par : $g(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + 0,1x^2$.

1) Nabolos a affiché la courbe de la fonction g à l'écran de sa calculatrice (fenêtre : $-5 \leq X \leq 5$, pas 1 et $-15 \leq Y \leq 15$, pas 1).
   Conjecturer le sens de variation de la fonction g sur $[-5\ ;\ 5]$.
2) Afficher la courbe représentative de la fonction g avec la fenêtre : $-0,5 \leq X \leq 0,5$, pas 0,1 et $-0,01 \leq Y \leq 0,01$, pas 0,001.
   Que remarque-t-on ?

Exercice 10

f est la fonction définie sur $[-2\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^3 + 2x^2 - 8$.

1) Louise a affiché la courbe de la fonction f à l'écran de sa calculatrice (fenêtre : $-2 \leq X \leq 3$, pas 1 et $-9 \leq Y \leq 10$, pas 1).
   Pourquoi ne peut-on pas décrire complètement le sens de variation de f sur $[-2\ ;\ +\infty[$?
2) Afficher à l'écran, la courbe représentative de f avec la fenêtre : $-2 \leq X \leq 6$, pas 1 et $-9 \leq Y \leq 10$, pas 1.
   Peut-on décrire complètement le sens de variation de f sur $[-2\ ;\ +\infty[$ par lecture d'un écran graphique ?

Le problème :

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 8]$ par $f(x) = x^3 - 15x^2 + 63x - 75$.

On veut dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0\ ;\ 8]$ et déterminer des valeurs approchées des solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0\ ;\ 8]$.

- **Menu GRAPH** et entrer l'expression de f. On valide avec EXE

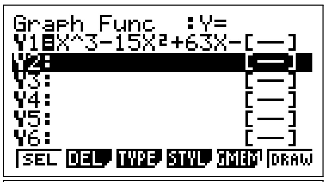
Il doit y avoir un petit rectangle noir autour du signe $\boxed{=}$.

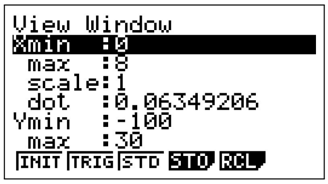
- On paramètre la fenêtre d'affichage :

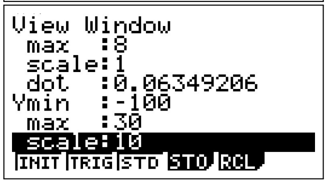
Instruction $\boxed{\text{V-Window}}$ (touches SHIFT puis F3)

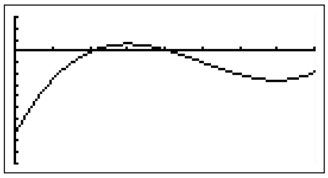
Régler les paramètres X_{min}, X_{max}, X_{scale}, Y_{min}, Y_{max} et Y_{scale} comme l'écran ci-contre.

Les valeurs de X_{min} et X_{max} paraissent naturelles, en revanche les valeurs de Y_{min} et Y_{max} ne le sont pas autant. On peut les "trouver" par essais successifs ou bien plus simplement en effectuant un tableau de valeurs de la fonction sur $[1\ ;\ 8]$ avec un pas de 1. On regarde alors les valeurs des images et on en déduit une fenêtre adaptée.









Dresser le tableau de variations

- La fonction est d'abord croissante, puis décroissante, puis croissante.

x	0		a		b		8
$f(x)$	c	↗	d	↘	e	↗	f

- Choisir G-Solv (touche SHIFT F5).

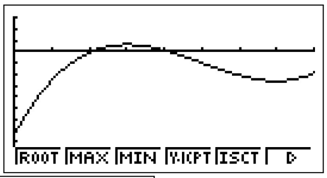
Avec MAX (touche F2), on obtient les valeurs de a et d ($a = 3$ et $d = 6$).

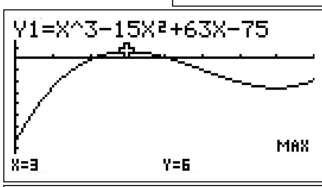
Avec MIN (touche F3), on obtient les valeurs de b et e ($b = 7$ et $e = -26$).

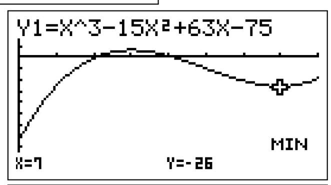
- En utilisant Y-CAL (touche F6 pour ▷, puis F1), on obtient les images de 0 et 8 par f et donc les valeurs de c et f ($c = -75$ et $f = -19$).

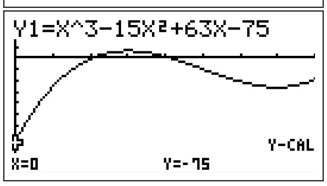
On obtient ainsi le tableau de variations de f :

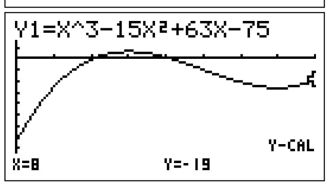
x	0		3		7		8
$f(x)$	-75	↗	6	↘	-26	↗	-19











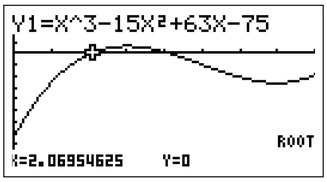
Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

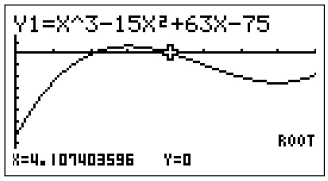
- Le tableau de variations indique que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions dans $[0\ ;\ 8]$: α_1 et α_2.

x	0	α_1	3	α_2	7	8
$f(x)$	-75	0	6	0	-26	-19

- Choisir G-Solv (touche SHIFT puis F5).

Avec ROOT, on obtient $\alpha_1 \simeq 2,07$, puis avec la flèche de direction REPLAY, on obtient $\alpha_2 \simeq 4,11$.





Les fonctions du solveur graphique G-SOLV.

- F1 ROOT détermine les racines de la fonction. On utilise les flèches de direction pour chercher les racines suivantes.
- F2 MAX donne la valeur maximale locale de la fonction.
- F3 MIN donne la valeur minimale de la fonction f.
- F4 Y-ICPT donne l'intersection avec l'axe des ordonnées.
- F5 ISCT donne l'intersection entre deux courbes.

Puis avec ▷ via F6,

- F1 Y-CAL donne l'image du nombre entré.
- F2 X-CAL donne les antécédents d'un nombre entré.
- F3 ∫dx calcule une intégrale et en donne l'interprétation graphique.

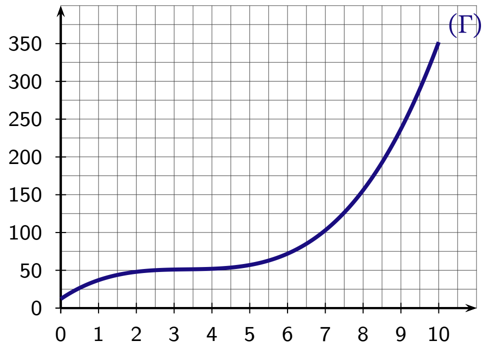
Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 10]$ par :

$$f(x) = x^3 - 10x^2 + 34x + 12$$

Sa courbe représentative Γ est donnée ci-contre.

1) Reproduire cette courbe sur l'écran de votre calculatrice.
2) Déterminer l'image de 6, puis celle de 1.
3) Déterminer les antécédents de 200, puis ceux de 310.
4) Tracer la droite D d'équation $y = 18x$. Déterminer des valeurs approchées des coordonnées des points d'intersection entre (Γ) et D.



Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{(x-1)\times(x-5)\times(3x^2-2x+25)}{64}$.

Dresser son tableau de variations à l'aide de votre calculatrice.

Exercice 13

À l'aide de la calculatrice, dresser le tableau de variations des fonctions définies par :

1) $f(x) = x^2 - 5x + 3$ sur $[-1\ ;\ 8]$.
2) $g(x) = -2x^2 + 6x - 2$ sur $[-1\ ;\ 3]$.
3) $h(x) = 10x^2 - 50x + 47$ sur $[0\ ;\ 5]$.

Exercice 14

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (x-10)(70-x)$.

1) En utilisant la calculatrice, dresser le tableau de variations de cette fonction.
2) En utilisant la calculatrice, dresser le tableau de signes de cette fonction.
3) a) En utilisant la calculatrice, résoudre l'équation $h(x) = 0$.
   b) Peut-on être certain que ce sont les seules solutions de cette équation ?

Exercice 15

On considère la fonction C définie sur $[0\ ;\ 5000]$ par :

$$C(x) = -0,002x^2 + 9x - 4000$$

En utilisant la calculatrice, conjecturer le tableau de signes de cette fonction.

Exercice 16

En utilisant la calculatrice, conjecturer les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation :

$$x^3 \geq 10x^2$$

Exercice 17

On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$x(x-3) = (-2x-4)x$$

1) Conjecturer les solutions de cette équation à l'aide de la calculatrice.
2) Démontrer cette conjecture.

Exercice 18

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 + x^2 + 1$$

1) Conjecturer le minimum de cette fonction en utilisant une calculatrice.
2) Démontrer cette conjecture.

Exercice 19

Soit f la fonction définie sur $[-2,5\ ;\ 2.5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 5x + 7$$

1) En utilisant la calculatrice, dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-2,5\ ;\ 2,5]$
2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 7$.
3) Déterminer par le calcul les solutions de cette équation.

Exercice 20

En utilisant la calculatrice, comparer x^2 et x suivant les valeurs de x.

Exercice 21

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{-x+2}{2x-3}$$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2) En utilisant la calculatrice, conjecturer les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 22

Soient f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{3}{2x-1} \text{ pour } x \neq \frac{1}{2} \text{ et } g(x) = 2x+1$$

1) Conjecturer les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
2) Résoudre algébriquement cette équation.