

Chapitre 5

Proportions et évolutions

Les savoir-faire

- 050. Calculer des proportions dans le cadre de proportions successives.
- 051. Calculer un taux d'évolution ou une valeur (initiale ou finale).
- 052. Calculer un taux global d'évolution.
- 053. Déterminer un taux d'évolution réciproque.

I. Proportion

1. Définition

Définition et vocabulaire

On appelle effectif d'une population E , le nombre d'individus de E , noté n_E .
Une sous-population A de E est une partie de la population de E : on a donc $n_A < n_E$.

Définition : proportion

La proportion (ou fréquence) d'une sous-population A dans la population E (ou proportion des individus de A parmi ceux de E) est le nombre noté p donné par :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

où E est dite la population de référence.

Remarque :

- Une proportion est (généralement) un nombre compris entre 0 et 1.
- Une proportion est souvent exprimée en pourcentage. Le pourcentage est la fraction de dénominateur 100 et n'est qu'une des écritures possibles d'un nombre décimal.

Exemples :

Un institut de sondage interroge 1200 personnes pour connaître leurs habitudes avec les écrans (téléphones, tablettes, ordinateurs).

1. 804 personnes déclarent être dépendantes de leurs écrans. Quelle est la proportion, exprimée en pourcentage, des personnes interrogées qui sont dépendantes de leurs écrans.

2. 45 % des personnes interrogées affirment vouloir moins utiliser leurs écrans. Combien de personnes interrogées cela représente-t-il? Vidéo

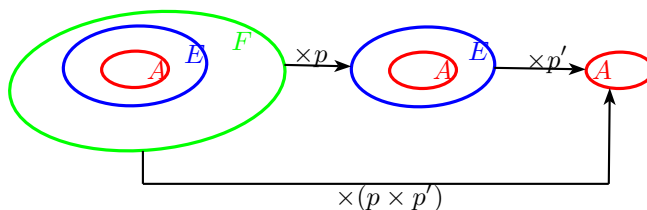
2. Proportions échelonnées

Propriété

On considère 3 populations A , E et F où A est une sous-population de E et E une sous-population de F .

Si p est la proportion de E dans F et p' celle de A dans E , alors la proportion P de A dans F est :

$$P = p \times p'$$



Exemple :

Dans une entreprise, 60 % des employés sont des femmes et, parmi elles, 25 % ont moins de 30 ans. Quelle proportion des employés de cette entreprise sont des femmes de moins de 30 ans ? [Vidéo](#)

II. Taux d'évolution

1. Définition

On considère deux valeurs strictement positives V_I (valeur initiale) et V_F (valeur finale).

Définition

On appelle **taux d'évolution** de V_I à V_F , le nombre T défini par :

$$T = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

- Un taux d'évolution n'a pas d'unité et peut être donné sous forme de fraction, sous forme décimale ou sous forme de pourcentage.
- Un taux d'évolution positif est un taux d'augmentation et un taux d'évolution négatif est un taux de diminution ou de baisse.
- Un taux d'évolution s'exprime toujours par rapport à l'ancienne valeur.

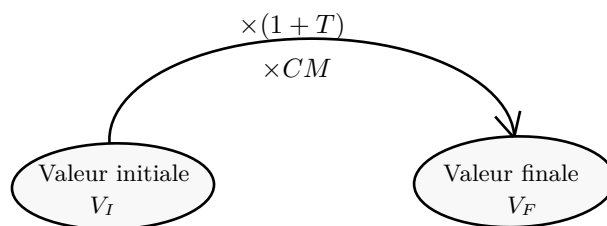
2. Coefficient multiplicateur

Définition

Soit T le taux d'évolution entre V_I et V_F .

On appelle **coefficient multiplicateur** de V_I à V_F , le nombre CM :

$$CM = 1 + T = \frac{V_F}{V_I}$$



$$T = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Exemples :

1. Compléter le tableau : Vidéo

Taux d'évolution	Coefficient multiplicateur
+35 %	
+7 %	
-15 %	
	1,4
	0,61

2. Un survêtement coûte 49 €. Il augmente de 8 %.

Une chemise coûte 21 €. Elle diminue de 12 %.

Calculer les nouveaux prix. Vidéo

III. Evolutions successives et évolution réciproque

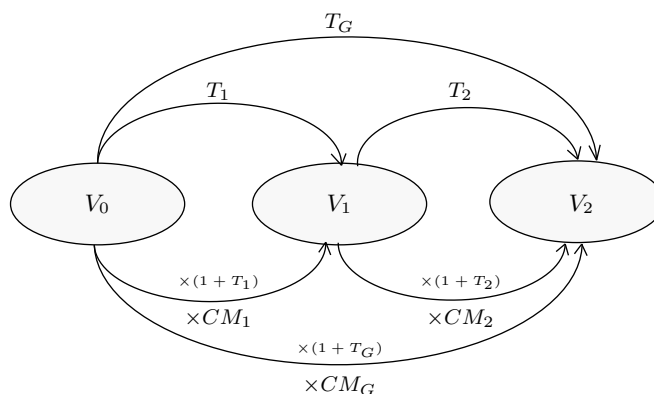
1. Succession de deux évolutions

Définition

Pour deux évolutions successives de taux T_1 et T_2 , l'évolution globale a pour coefficient multiplicateur le produit des coefficients multiplicateurs. :

$$CM_G = CM_1 \times CM_2$$

$$1 + T_G = (1 + T_1)(1 + T_2)$$



Exemple :

En 2013, une boulangerie a augmenté ses ventes de 10 %.

En 2014, elle a diminué ses ventes de 5 %.

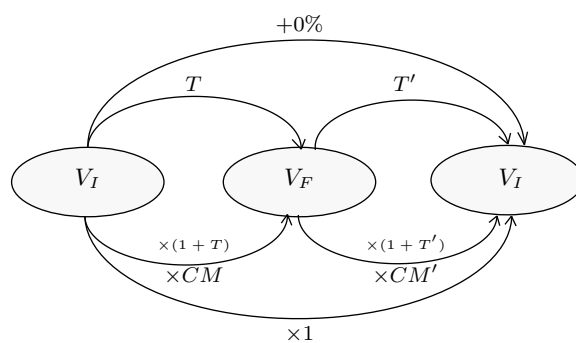
Calculer le taux d'évolution sur les deux années. Vidéo

2. Evolution réciproque

Définition

Pour une évolution de V_I à V_F (de taux T), l'évolution réciproque de V_F à V_I (de taux T') a pour coefficient multiplicateur CM' , l'inverse du coefficient multiplicateur CM .

Ainsi : $CM' = \frac{1}{CM}$ et $1 + T' = \frac{1}{1 + T}$.



Exemple :

La population d'une ville a augmenté de 3 % sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.

Quel est le pourcentage de baisse sur la deuxième année ?

Vidéo

3. Les pièges

- Les pourcentages d'évolution ne s'ajoutent pas.
- Une hausse de t % n'est pas compensée par une baisse de t %.