Cours & méthodes

Fonctions généralités

(Calculs)

2 FONCTIONS

1 Notion de fonctions

Définition

Une fonction est un processus qui à un nombre fait correspondre un unique autre nombre.

$$\underset{\text{antécédent}}{x} \longrightarrow \boxed{\text{Processus } f} \longrightarrow \underset{\text{image de } x}{y = f(x)}$$

On note :
- $f \;:\; x \longmapsto f(x)$ (La fonction f qui à x associe $f(x)$).
- x est la variable et $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
- Si y est l'image de x par la fonction f (c'est-à-dire si $y = f(x)$) alors on dit que x est un antécédent de y par la fonction f.

Définition : Ensemble de définition

Soit D un ensemble de nombres réels.
Définir une fonction f sur D revient à associer à chaque réel x de D un réel et un seul, appelé image de x.
D est l'**ensemble de définition** de la fonction : c'est l'ensemble des nombres pour lesquels il existe une image par la fonction.

Remarque

- La division par 0 n'existe pas. Si $A(x)$ est le dénominateur du quotient, on détermine les valeurs interdites éventuelles en résolvant l'équation $A(x) = 0$;
- La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas. Si $A(x)$ est l'expression sous le radical, on détermine les valeurs interdites éventuelles en résolvant l'inéquation $A(x) \geqslant 0$.

Définition : Expression algébrique

Soit f une fonction, D son ensemble de définition et $x \in D$.
L'**expression algébrique** d'une fonction donne directement $f(x)$ en fonction de la variable x.

Exemple

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 6x$.
L'ensemble de définition de la fonction g est $\mathbb{R}$ (il n'y a pas de valeurs interdites). Son expression algébrique est $x^2 + 6x$.

2 Image et antécédent par une fonction

Méthode : Calculer l'image d'un nombre

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 3$.
Calculer l'image de 5 par la fonction f.

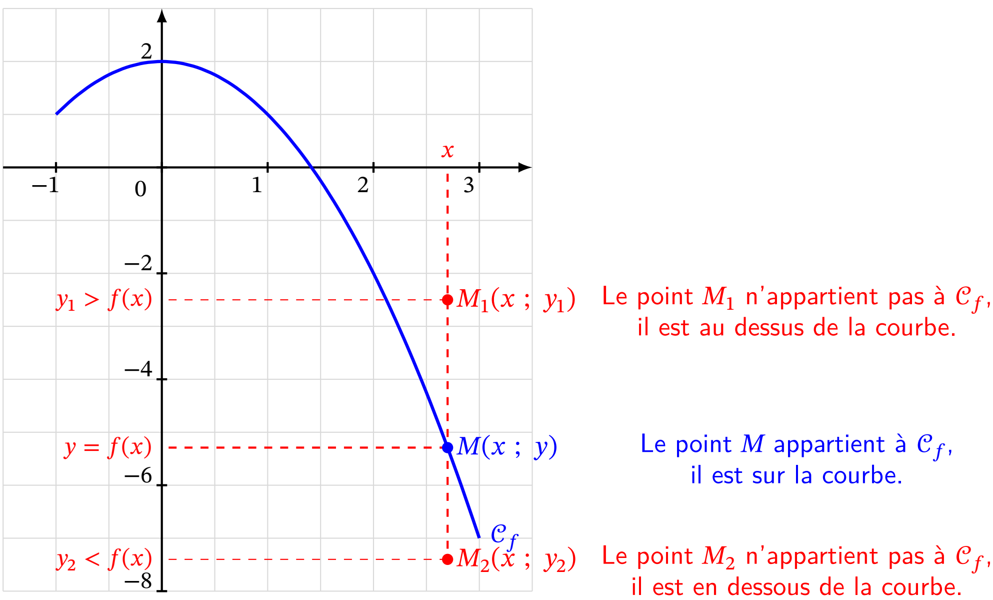
Méthode : Déterminer un antécédent d'un nombre

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 1$.
Trouver un antécédent de 10 par la fonction f.

3 Courbe représentative d'une fonction

Définition : Courbe représentative d'une fonction

Soient f une fonction, D son ensemble de définition et x appartenant à D.
La représentation graphique (ou courbe représentative, notée $\mathcal{C}_f$) de la fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.



4 Fonction paire et fonction impaire

4.1 Intervalles symétriques par rapport à 0

Définition : Ensemble symétrique par rapport à 0

Un ensemble de $\mathbb{R}$ est dit symétrique par rapport à 0 si, pour tout nombre de l'ensemble, son opposé appartient à l'ensemble.

Exemple

L'intervalle $[-5\ ;\ 5]$ est symétrique par rapport à 0. L'intervalle $[-4\ ;\ 3]$ n'est pas symétrique par rapport à 0.

4.2 Fonction paire

Définition : Fonction paire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite paire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x) = f(x)$.

Méthode : Étudier la parité d'une fonction

Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 5x^2 + 3$ est une fonction paire.

4.3 Fonction impaire

Définition : Fonction impaire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite impaire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x) = -f(x)$.

Méthode : Étudier la parité d'une fonction

Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x$ est une fonction impaire.
