

1 Variations d'une fonction

1.1 Fonction croissante

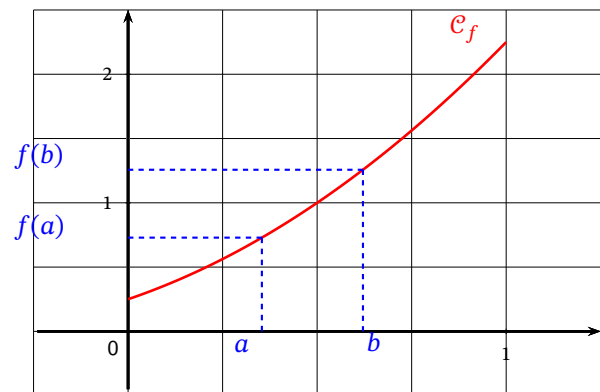
Définition : Fonction croissante

On dit qu'une fonction f est croissante sur un intervalle, si et seulement si, **pour tous** nombres réels a et b appartenant à cet intervalle on a :

$$\text{Si } a < b \text{ alors } f(a) \leq f(b)$$

Si on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f , \mathcal{C}_f « monte ».

On dit qu'une fonction croissante **conserve l'ordre**, c'est-à-dire que les nombres et leurs images sont rangés dans le même ordre.



f est croissante sur $[0 ; 1]$.

1.2 Fonction décroissante

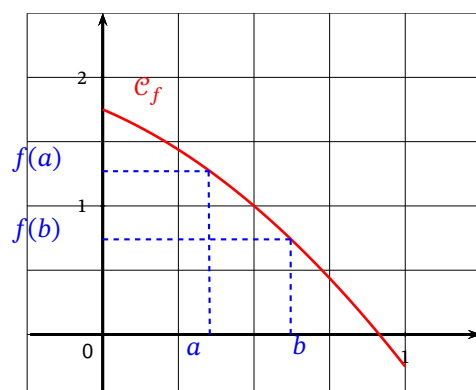
Définition : Fonction décroissante

On dit qu'une fonction f est décroissante sur un intervalle, si et seulement si, **pour tous** nombres réels a et b appartenant à cet intervalle on a :

$$\text{Si } a < b \text{ alors } f(a) \geq f(b)$$

Si on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f , \mathcal{C}_f « descend ».

On dit qu'une fonction décroissante **change l'ordre**, c'est-à-dire que les nombres et leurs images sont rangés dans un ordre inverse.



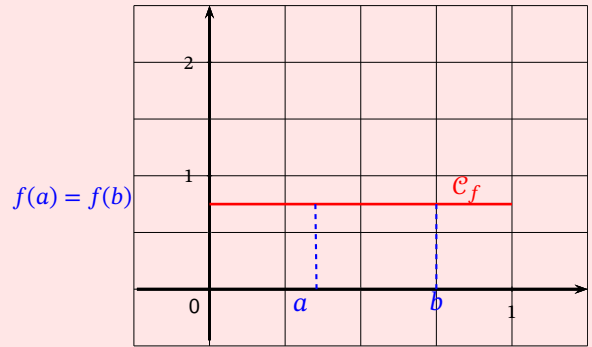
f est décroissante sur $[0 ; 1]$.

1.3 Fonction constante

Définition : Fonction constante

On dit qu'une fonction f est constante sur un intervalle, si et seulement si, **pour tous** nombres réels a et b appartenant à cet intervalle on a :

$$\boxed{\text{Si } a < b \text{ alors } f(a) = f(b)}$$

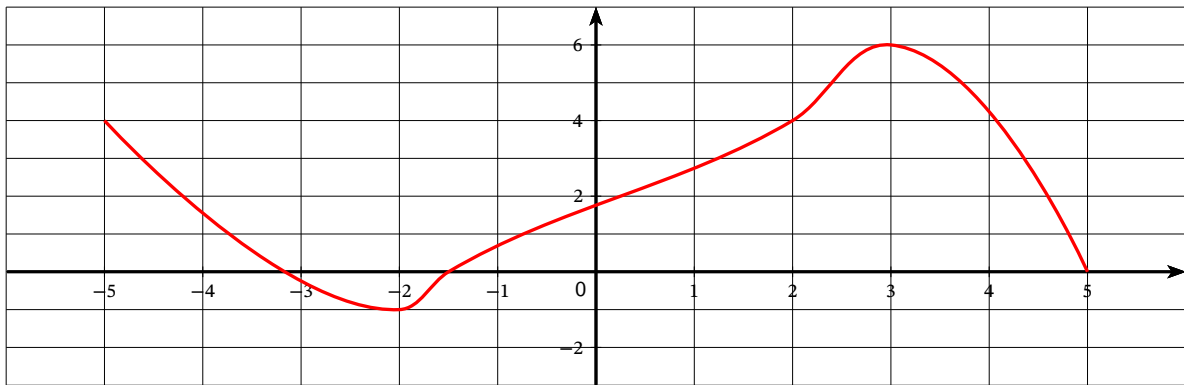


f est constante sur $[0 ; 1]$

Remarque

- Si l'inégalité $a < b$ implique l'inégalité stricte $f(a) < f(b)$, on dit que la fonction f est **strictement croissante sur l'intervalle**.
- Si l'inégalité $a < b$ implique l'inégalité stricte $f(a) > f(b)$, on dit que la fonction f est **strictement décroissante sur l'intervalle**.
- On dit qu'une fonction f est **monotone** sur un intervalle si elle est soit croissante, soit décroissante sur cet intervalle.
- Un tableau de variation est un tableau qui résume de façon schématique les variations de la fonction.

1.4 Tableau de variations



x	-5	-2	3	5
$f(x)$	4	-1	6	0

→ antécédents

→ f est strictement décroissante sur l'intervalle $[-5 ; -2]$

→ images

f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2 ; 3]$

2 Variations de fonctions de référence

2.1 Les fonctions affines

Soit f une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = mx + p$.

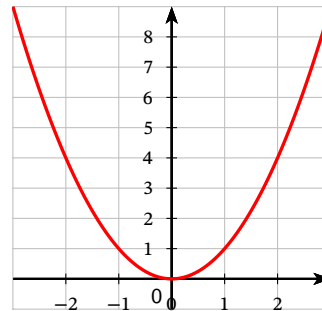
- Si $m > 0$ alors f est strictement croissante sur \mathbb{R} .
- Si $m < 0$ alors f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
- Si $m = 0$ alors f est une fonction constante sur \mathbb{R} .

2.2 La fonction carré

Vidéo

- La fonction carré est croissante sur $[0 ; +\infty[$;
- La fonction carré est décroissante sur $] -\infty ; 0]$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2			



Méthode : Utiliser la fonction carré pour comparer

On a représenté graphiquement la fonction carré f dans un repère.

1. Comparer graphiquement $f(0,5)$ et $f(1,5)$. Même question avec $f(-1,5)$ et $f(-1)$.
2. Vérifier par calcul le résultat de la question 1.

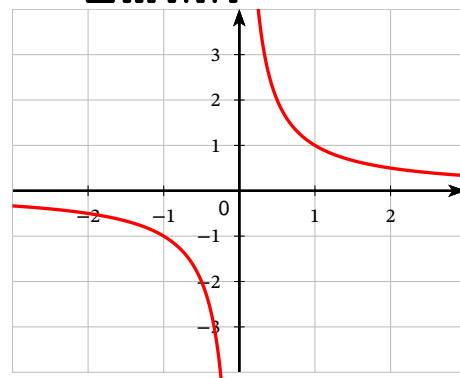


2.3 La fonction inverse

- La fonction inverse est strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$.
- La fonction inverse est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$.



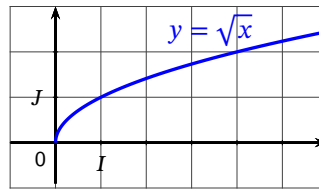
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			



2.4 La fonction racine carrée

La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

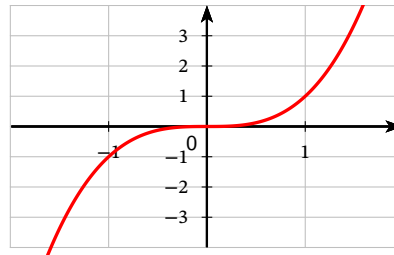
x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	\nearrow



2.5 La fonction cube

La fonction cube est strictement croissante sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3		\nearrow



3 Extrema

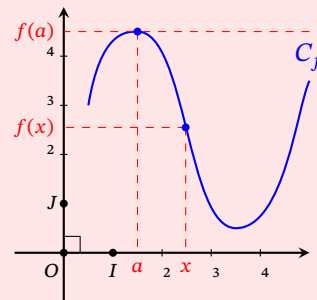
3.1 Maximum

Définition : Maximum

Dire que la fonction f admet un maximum en a sur un intervalle signifie que, pour tout nombre réel x appartenant à cet intervalle on a $f(x) \leq f(a)$.

Le maximum de f sur cet intervalle est alors égal à $f(a)$. Il est atteint en $x = a$.

$f(a)$ est la plus grande valeur de la fonction f sur l'intervalle. C'est l'ordonnée du point le plus haut de la courbe C_f .



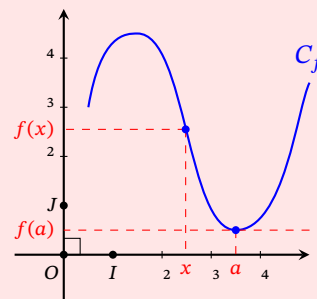
3.2 Minimum

Définition : Minimum

Dire que la fonction f admet un minimum en a sur un intervalle signifie que, pour tout nombre réel x appartenant à cet intervalle on a $f(x) \geq f(a)$.

Le minimum de f sur cet intervalle est alors égal à $f(a)$. Il est atteint en $x = a$.

$f(a)$ est la plus petite valeur de la fonction f sur l'intervalle. C'est l'ordonnée du point le plus bas de la courbe C_f .



Remarque

- Si le maximum (minimum) existe, celui-ci est unique ; cependant, il peut être atteint pour plusieurs valeurs de x .
- Maximum et minimum constituent les **extrema** de la fonction.