Indice(s) pour l'exercice 1

La notation en puissance se présente sous la forme a^n, où :

— a est appelé la base.

— n est appelé l'exposant ou la puissance.

L'expression a^n se lit « a à la puissance n » ou « a exposant n » et signifie que a est multiplié par lui-même n fois.

— 2^3 signifie $2 \times 2 \times 2 = 8$.

— 5^4 signifie $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

Des cas particuliers :

— **Exposant 1** : $a^1 = a$. La base est elle-même.

  — Par exemple, $7^1 = 7$.

— **Exposant 0** : $a^0 = 1$ pour tout a non nul. Par convention, tout nombre élevé à la puissance zéro est égal à 1.

  — Par exemple, $9^0 = 1$.

— **Exposant négatif** : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Un exposant négatif signifie l'inverse de la base élevée à l'exposant positif.

  — Par exemple, $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$.

Indice(s) pour l'exercice 2

Définition mathématique Écrire un nombre en notation scientifique c'est l'exprimer sous la forme

$$a \times 10^n \qquad \text{avec} 1 \leqslant a < 10 \text{ et } n \in \mathbb{N}$$

Illustration

On écrira alors : $321\,000 = 3,21 \times 10^5$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}
	3,	2	1	0	0	0	

et $0{,}003\,45 = 3,45 \times 10^{-3}$

10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
	0,	0	0	4	5	

Indice(s) pour l'exercice 3

Exemples : $123 \times 10^4 = 1\,230\,000$ et $45 \times 10^{-4} = 0{,}004\,5$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1	2	3	0	0	0	0					
						0,	0	0	4	5	

Indice(s) pour l'exercice 4

Définition pratique Pour s'accorder, et que chacun utilise la même écriture d'un même nombre, il a été décidé de définir une **notation scientifique**.

On choisit dans le tableau, la colonne du premier chiffre significatif et on l'écrit avec la puissance de 10 correspondante.

Illustration

On écrira alors : $321\,000 = 3,21 \times 10^5$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}
	3,	2	1	0	0	0	

et $0{,}003\,45 = 3,45 \times 10^{-3}$

10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
	0,	0	0	4	5	

Définition mathématique Écrire un nombre en notation scientifique c'est l'exprimer sous la forme

$$a \times 10^n \qquad \text{avec} 1 \leqslant a < 10 \text{ et } n \in \mathbb{N}$$

Exemples $123 \times 10^4 = 1,23 \times 10^6$ et $45 \times 10^{-4} = 4,5 \times 10^{-3}$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1	2	3	0	0	0	0					
						0,	0	0	4	5	

Indice(s) pour l'exercice 5
Les propriétés à utiliser :
- $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$
- $\dfrac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$
- $(10^a)^b = 10^{a \times b}$

Indice(s) pour l'exercice 6
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
- La puissance agit uniquement sur le nombre juste devant l'exposant ou entre parenthèses.

Indice(s) pour l'exercice 7
Les propriétés à utiliser :
- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ • $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$

Indice(s) pour l'exercice 8
La puissance est toujours prioritaire sur les 4 autres opérations de base.

$$2 \times 4^2 = 2 \times (4)^2 = 2 \times 16 = 32 \qquad (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$$

Donc :

$$2 \times 4^2 \neq (2 \times 4)^2$$

$$(5+3)^2 = 8^2 = 64 \qquad 5 + 3^2 = 5 + (3)^2 = 5 + 9 = 14$$

Donc :

$$5 + 3^2 \neq (5+3)^{2!}$$

Indice(s) pour l'exercice 9
Il faudra transformer certaines puissances avant d'utiliser ces propriétés.
Par exemple, remplacer 9 par 3^2.
Les propriétés à utiliser :
- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ • $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$

Indice(s) pour l'exercice 10
Essayez au brouillon, pour commencer, de poser le problème avec des valeurs simples, par exemple $x = 2$ et $y = 3$ pour comprendre les règles opératoires.
Puis reprendre l'exercice avec l'énoncé.

Indice(s) pour l'exercice 11
Remplacez a et b par les valeurs et utilisez les propriétés sur les puissances pour écrire le résultat sous la forme demandée.

Indice(s) pour l'exercice 12
Pour comparer les distances utilisez la notation scientifique.

Indice(s) pour l'exercice 13
Procédez par étape, rassemblez les puissances de 10, puis utilisez les formules sur les puissances.

Indice(s) pour l'exercice 14

1) 2^{n+1} est le double de 2^n, donc $2^{n+1} = 2 \times 2^n$ et donc ...
2) $1 = 2^0 = 2^1 - 2^0$, $2 = 2^1 = 2^2 - 2^1$, $4 = 2^2 = 2^3 - 2^2$, etc...
3) C'est le même raisonnement que celui dans la question précédente.