Racines carrées (Indices) Seconde

Indice(s) pour l'exercice 1

Trouvez deux carrés parfaits qui encadrent le nombre sous le radical.
Comme $4 < 5 < 9$, alors $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ soit $\underbrace{2 < \sqrt{5} < 3}_{\text{encadrement de } \sqrt{5} \text{ par deux entiers consécutifs}}$

Indice(s) pour l'exercice 2

Pour montrer qu'une racine carrée existe, il suffit de montrer que le nombre sous le radical est positif.

Indice(s) pour l'exercice 3

- $(\sqrt{a})^2 = a$, donc par exemple $(\sqrt{5})^2 = 5$;
- Simplifiez les racines carrées quand c'est possible. Par exemple, $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, donc par exemple $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$.
- On ne peut pas simplifier $\sqrt{3} + \sqrt{5}$.

Indice(s) pour l'exercice 4

Pour simplifier $\sqrt{A}$, on cherche le plus grand carré parfait diviseur de A.
Par exemple, pour 72, c'est 36 : on a $72 = 36 \times 2$.
Ainsi, $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Indice(s) pour l'exercice 5

Par exemple, pour écrire $C = -4\sqrt{24} - 5\sqrt{294} + 4\sqrt{216}$ sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un entier, on cherche le plus grand carré parfait diviseur de 24, 294 et 216.
On trouve $24 = 4 \times 6$, $294 = 49 \times 6$ et $216 = 36 \times 6$
On a donc : $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2 \times \sqrt{6}$, $\sqrt{294} = \sqrt{7^2 \times 6} = 7 \times \sqrt{6}$ et $\sqrt{216} = \sqrt{6^2 \times 6} = 6 \times \sqrt{6}$
On en déduit que : $C = -4 \times 2 \times \sqrt{6} - 5 \times 7 \times \sqrt{6} + 4 \times 6 \times \sqrt{6}$
$C = -8 \times \sqrt{6} - 35 \times \sqrt{6} + 24 \times \sqrt{6}$
$C = (-8 - 35 + 24) \times \sqrt{6} = -19\sqrt{6}$

Indice(s) pour l'exercice 6

On utilise la double distributivité.
Par exemple,

$$\begin{aligned}\left(-5\sqrt{10}+4\right)\left(9\sqrt{10}-8\right) &= -5\sqrt{10} \times 9\sqrt{10} - 5\sqrt{10} \times (-8) + 4 \times 9\sqrt{10} + 4 \times (-8)\\ &= -5 \times 10 \times 9 + (-5 \times (-8) + 4 \times 9)\sqrt{10} - 32\\ &= -450 + 76\sqrt{10} - 32\\ &= \mathbf{76\sqrt{10} - 482}\end{aligned}$$

Indice(s) pour l'exercice 7

Pour lever l'irrationnalité du dénominateur, il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{2}$.

$$C = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$C = \frac{10\sqrt{2}}{2}$$

$$C = \mathbf{5\sqrt{2}}$$

Indice(s) pour l'exercice 8

1) a) Remplacez c par $(\sqrt{8} + \sqrt{2})$ dans la formule $d = c\sqrt{2}$.
   b) L'aire d'un carré de côté c est c^2, soit ici $(\sqrt{8} + \sqrt{2})^2$.
   À développer avec la double distributivité.
2) Remplacez d par $\sqrt{40}$ dans l'égalité $d = c\sqrt{2}$.
   calculez alors c en simplifiant l'écriture.

Indice(s) pour l'exercice 9

Suivez le conseil donné :-).
Par exemple $2\,011 = x + 2$.

Indice(s) pour l'exercice 10

L'aire d'un triangle rectangle est donnée par la formule :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{côté}_1 \times \text{côté}_2.$$

On obtient les longueurs des hypoténuse en utilisant le théorème de Pythagore.

Indice(s) pour l'exercice 11

1) Utilisez le théorème de Pythagore.
2) L'aire d'un triangle rectangle est donnée par :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{côté}_1 \times \text{côté}_2.$$

3) Pour calculer EH, on calcule l'aire de EFG en utilisant la formule :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur} = \frac{1}{2} \times FG \times EH.$$

Puis on écrit l'égalité avec l'aire obtenue dans la question précédente.

Indice(s) pour l'exercice 12

Faites deux calculs séparés. Si vous ne connaissez pas (encore) les identités remarquables, développez $(3+\sqrt{17})^2$ en l'écrivant $(3+\sqrt{17})(3+\sqrt{17})$

Indice(s) pour l'exercice 13

1) Utilisez le théorème de Pythagore.
2) L'aire d'un triangle rectangle est donnée par :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{côté}_1 \times \text{côté}_2.$$

3) Pour calculer EH, on calcule l'aire de EFG en utilisant la formule :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur} = \frac{1}{2} \times FG \times EH.$$

Puis on écrit l'égalité avec l'aire obtenue dans la question précédente.

Indice(s) pour l'exercice 14

1) Le périmètre P d'un rectangle est donné par la formule :

$$P = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur}).$$

Réduisez les racines carrée avant d'effectuer les calculs.

2) L'aire A d'un rectangle est donnée par la formule :

$$A = \text{longueur} \times \text{largeur}.$$

Indice(s) pour l'exercice 15

Utilisez un raisonnement par l'absurde.

Supposez que $\sqrt{450}+\frac{5}{7}$ est rationnel, c'est à dire qu'il existe p et q entiers tels que $\sqrt{450}+\frac{5}{7} = \frac{p}{q}$ et vérifiez que l'on aboutit à une absurdité.

Indice(s) pour l'exercice 16

Par exemple, $C = \dfrac{11}{6+5\sqrt{5}}$

$$C = \frac{11 \times (6-5\sqrt{5})}{(6+5\sqrt{5})(6-5\sqrt{5})}$$

$$C = \frac{66-55\sqrt{5}}{(6)^2-\left(5\sqrt{5}\right)^2}$$

$$C = \frac{66-55\sqrt{5}}{36-(25\times 5)}$$

$$C = \frac{66-55\sqrt{5}}{36-125}$$

$$C = \frac{66-55\sqrt{5}}{-89}$$

$$C = \boldsymbol{\frac{-66+55\sqrt{5}}{89}}$$