Racines carrées (Correction) Seconde

Corrigé de l'exercice 1

1) Comme 102 n'est pas le carré d'un nombre entier, on encadre 102 par deux carrés d'entiers :
$100 < 102 < 121$, soit $10^2 < 102 < 11^2$.

En prenant la racine carrée de chacun de ces nombres, on obtient :
$\sqrt{10^2} < \sqrt{102} < \sqrt{11^2}$ (on ne change pas le sens des inégalités en prenant les racines carrées. Ce résultat admis sera démontré dans le chapitre sur les variations).

Finalement, on obtient l'encadrement de $\sqrt{102}$ par deux entiers consécutifs : $10 < \sqrt{102} < 11$.

2) Comme 85 n'est pas le carré d'un nombre entier, on encadre 85 par deux carrés d'entiers :
$81 < 85 < 100$, soit $9^2 < 85 < 10^2$.

En prenant la racine carrée de chacun de ces nombres, on obtient :
$\sqrt{9^2} < \sqrt{85} < \sqrt{10^2}$ (on ne change pas le sens des inégalités en prenant les racines carrées. Ce résultat admis sera démontré dans le chapitre sur les variations).

Finalement, on obtient l'encadrement de $\sqrt{85}$ par deux entiers consécutifs : $9 < \sqrt{85} < 10$.

3) Comme 137 n'est pas le carré d'un nombre entier, on encadre 137 par deux carrés d'entiers :
$121 < 137 < 144$, soit $11^2 < 137 < 12^2$.

En prenant la racine carrée de chacun de ces nombres, on obtient :
$\sqrt{11^2} < \sqrt{137} < \sqrt{12^2}$ (on ne change pas le sens des inégalités en prenant les racines carrées. Ce résultat admis sera démontré dans le chapitre sur les variations).

Finalement, on obtient l'encadrement de $\sqrt{137}$ par deux entiers consécutifs : $11 < \sqrt{137} < 12$.

Corrigé de l'exercice 2

1) **Définition** : $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.
Il vérifie donc $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$.
Comme a est un carré, c'est un nombre positif.
Ainsi, la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Méthode : Pour montrer qu'une racine carrée existe, il suffit de montrer que le nombre sous le radical est positif.

Comme $\pi > 3$ alors $3 - \pi$ est un nombre négatif.
Ainsi, $\sqrt{3-\pi}$ n'existe pas.

2) **Définition** : $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.
Il vérifie donc $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$.
Comme a est un carré, c'est un nombre positif.
Ainsi, la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Méthode : Pour montrer qu'une racine carrée existe, il suffit de montrer que le nombre sous le radical est positif.

On a $-(-7)^2 = -(-7) \times (-7) = -49$.

Comme -49 est un nombre négatif, $\sqrt{-(-7)^2}$ n'existe pas.

3) **Définition** : $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.
Il vérifie donc $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$.
Comme a est un carré, c'est un nombre positif.
Ainsi, la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Méthode : Pour montrer qu'une racine carrée existe, il suffit de montrer que le nombre sous le radical est positif.

On a $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$.

Comme 9 est un nombre positif, $\sqrt{(-3)^2}$ existe.

Corrigé de l'exercice 3

1) $$\begin{aligned}\left(9\sqrt{3}\right)^2 &= 9^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2\\ &= 81 \times 3\\ &= 243\end{aligned}$$

2) $\sqrt{16} + \sqrt{81} = 4 + 9 = 13$

3) $$\begin{aligned}\sqrt{88} \times \sqrt{8} &= \sqrt{88 \times 8}\\ &= \sqrt{11 \times 8 \times 8}\\ &= 8\sqrt{11}\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 4

1) On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 600, c'est 100.
   On a donc la décomposition : $600 = 6 \times 100 = 6 \times 10^2$,
   qui permet d'écrire que : $\sqrt{600} = \sqrt{10^2 \times 6} = 10 \times \sqrt{6}$
2) On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 252, c'est 36.
   On a donc la décomposition : $252 = 7 \times 36 = 7 \times 6^2$,
   qui permet d'écrire que : $\sqrt{252} = \sqrt{6^2 \times 7} = 6 \times \sqrt{7}$

Corrigé de l'exercice 5

1) On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 320, 20 et 80.
   On trouve $320 = 64 \times 5$, $20 = 4 \times 5$ et $80 = 16 \times 5$
   On a donc : $\sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8 \times \sqrt{5}$, $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2 \times \sqrt{5}$ et $\sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4 \times \sqrt{5}$
   On en déduit que : $A = -8 \times 8 \times \sqrt{5} - 6 \times 2 \times \sqrt{5} - 5 \times 4 \times \sqrt{5}$
   $A = -64 \times \sqrt{5} - 12 \times \sqrt{5} - 20 \times \sqrt{5}$
   $A = (-64 - 12 - 20) \times \sqrt{5} = -96\sqrt{5}$
2) On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 50, 162 et 242.
   On trouve $50 = 25 \times 2$, $162 = 81 \times 2$ et $242 = 121 \times 2$
   On a donc : $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5 \times \sqrt{2}$, $\sqrt{162} = \sqrt{9^2 \times 2} = 9 \times \sqrt{2}$ et $\sqrt{242} = \sqrt{11^2 \times 2} = 11 \times \sqrt{2}$
   On en déduit que : $B = 7 \times 5 \times \sqrt{2} - 7 \times 9 \times \sqrt{2} + 4 \times 11 \times \sqrt{2}$
   $B = 35 \times \sqrt{2} - 63 \times \sqrt{2} + 44 \times \sqrt{2}$
   $B = (35 - 63 + 44) \times \sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

Corrigé de l'exercice 6

1) $$\begin{aligned}\left(6\sqrt{5}+7\right)\left(2+2\sqrt{5}\right) &= 6\sqrt{5} \times 2 + 6\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} + 7 \times 2 + 7 \times 2\sqrt{5} \\ &= 12\sqrt{5} + 12 \times 5 + 14 + 14\sqrt{5} \\ &= \mathbf{26\sqrt{5} + 74}\end{aligned}$$
2) $$\begin{aligned}\left(9\sqrt{6}+6\right)\left(2\sqrt{6}-3\right) &= 9\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} + 9\sqrt{6} \times (-3) + 6 \times 2\sqrt{6} + 6 \times (-3) \\ &= 9 \times 6 \times 2 + (9 \times (-3) + 6 \times 2)\sqrt{6} - 18 \\ &= 108 - 15\sqrt{6} - 18 \\ &= \mathbf{-15\sqrt{6} + 90}\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 7

1) Pour lever l'irrationnalité du dénominateur, il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{3}$.
   $A = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \dfrac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
   $A = \dfrac{3\sqrt{3}}{3}$
   $A = \mathbf{\sqrt{3}}$
2) Pour lever l'irrationnalité du dénominateur, il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{11}$.
   $B = \dfrac{8}{\sqrt{11}} = \dfrac{8 \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}}$
   $B = \mathbf{\dfrac{8\sqrt{11}}{11}}$

Corrigé de l'exercice 8

La relation entre la longueur c du côté d'un carré et la longueur d de sa diagonale est donnée par la formule :

$$d = c\sqrt{2}$$

1) a) La formule qui relie la longueur c du côté d'un carré à la longueur d de sa diagonale est :

$$d = c\sqrt{2}$$

En utilisant $c = \sqrt{8} + \sqrt{2}$, nous avons :

$$d = (\sqrt{8} + \sqrt{2})\sqrt{2}$$

Calculons d en développant l'expression :
$d = \sqrt{8} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
$d = \sqrt{16} + \sqrt{4}$
$d = 4 + 2$
$d = 6$
Ainsi, la longueur de la diagonale est 6, ce qui est un nombre entier.

b) L'aire A d'un carré est donnée par $A = c^2$. Calculons c^2 où $c = \sqrt{8} + \sqrt{2}$:

$$c^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2$$

Développons l'expression en utilisant la formule de développement du carré d'une somme :
$c^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{2})(\sqrt{8} + \sqrt{2})$
$c^2 = 8 + \sqrt{16} + \sqrt{16} + 2$
$c^2 = 8 + 2 \times 4 + 2$
$c^2 = 8 + 8 + 2$
$c^2 = 18$
Ainsi, l'aire du carré est 18, ce qui est un nombre entier.

2) Nous savons que la diagonale d d'un carré est donnée par :

$$d = c\sqrt{2}$$

Ici, $d = \sqrt{40}$. Nous pouvons exprimer c en termes de d :

$$\sqrt{40} = c\sqrt{2}$$

$$c = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{2}}$$

$$c = \sqrt{\frac{40}{2}}$$

$$c = \sqrt{20}$$

Pour exprimer c sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un entier naturel, remarquons que :

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Ainsi, $c = 2\sqrt{5}$ et $a = 2$.
Donc, la longueur du côté du carré est $2\sqrt{5}$.

Corrigé de l'exercice 9
Posons $x = 2\,009$. Nous avons alors :

$$2\,011 = x + 2 \quad \text{et} \quad 2\,007 = x - 2.$$

Substituons ces expressions dans l'équation originale :

$$A = \sqrt{2\,005\sqrt{(x+2)(x-2)+4} + 4}.$$

Calculons le terme à l'intérieur de la racine interne :

$$(x+2)(x-2) + 4 = x^2 - 4 + 4 = x^2.$$

Ainsi,

$$A = \sqrt{2\,005\sqrt{x^2} + 4}.$$

Comme $\sqrt{x^2} = x$ (puisque $x = 2\,009 > 0$), nous avons :

$$A = \sqrt{2\,005x + 4}.$$

Comme $x = 2\,009$, $x - 4 = 2\,005$ et $A = \sqrt{(x-4)x+4} = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = x - 2$.

$$A = 2007.$$

Ainsi, la valeur de A est 2007.
Corrigé de l'exercice 10

Aire des triangles

L'aire d'un triangle rectangle est donnée par la formule :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \text{côté}_1 \times \text{côté}_2.$$

Aire du triangle $\mathscr{T}_1$

Pour le triangle $\mathscr{T}_1$, les côtés de l'angle droit sont $\sqrt{5}+1$ et $\sqrt{5}-1$. Calculons l'aire :

$$\text{Aire}_{\mathscr{T}_1} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1).$$

Utilisons l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$:

$$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4.$$

Donc, l'aire du triangle $\mathscr{T}_1$ est :

$$\text{Aire}_{\mathscr{T}_1} = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

Aire du triangle $\mathscr{T}_2$

Pour le triangle $\mathscr{T}_2$, les côtés de l'angle droit sont $2+\sqrt{2}$ et $2-\sqrt{2}$. Calculons l'aire :

$$\text{Aire}_{\mathscr{T}_2} = \frac{1}{2} \times (2+\sqrt{2}) \times (2-\sqrt{2}).$$

Utilisons à nouveau l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$:

$$(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 2^2 - (\sqrt{2})^2 = 4 - 2 = 2.$$

Donc, l'aire du triangle $\mathscr{T}_2$ est :

$$\text{Aire}_{\mathscr{T}_2} = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

Comparaison des aires

Les aires des deux triangles sont différentes :

$$\text{Aire}_{\mathscr{T}_1} = 2 \quad \text{et} \quad \text{Aire}_{\mathscr{T}_2} = 1.$$

Longueur des hypoténuses

La longueur de l'hypoténuse c d'un triangle rectangle est donnée par le théorème de Pythagore :

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Hypoténuse du triangle $\mathscr{T}_1$

Pour le triangle $\mathscr{T}_1$, les côtés de l'angle droit sont $\sqrt{5}+1$ et $\sqrt{5}-1$. Calculons la longueur de l'hypoténuse :

$$(\sqrt{5}+1)^2 = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5})^2 + \sqrt{5} + \sqrt{5} + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5},$$

$$(\sqrt{5}-1)^2 = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5}.$$

Donc, la longueur de l'hypoténuse est :

$$c_{\mathscr{T}_1} = \sqrt{(6+2\sqrt{5}) + (6-2\sqrt{5})} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

Hypoténuse du triangle $\mathscr{T}_2$

Pour le triangle $\mathscr{T}_2$, les côtés de l'angle droit sont $2+\sqrt{2}$ et $2-\sqrt{2}$. Calculons la longueur de l'hypoténuse :

$$(2+\sqrt{2})^2 = (2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2}) = 2^2 + 2 \times \sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 6 + 4\sqrt{2},$$

$$(2-\sqrt{2})^2 = (2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 2^2 - 2 \times \sqrt{2} - 2 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 4 - 4\sqrt{2} + 2 = 6 - 4\sqrt{2}.$$

Donc, la longueur de l'hypoténuse est :

$$c_{\mathscr{T}_2} = \sqrt{(6+4\sqrt{2}) + (6-4\sqrt{2})} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

Comparaison des hypoténuses

Les deux triangles ont la même longueur d'hypoténuse :

$$c_{\mathscr{T}_1} = 2\sqrt{3} \quad \text{et} \quad c_{\mathscr{T}_2} = 2\sqrt{3}.$$

Corrigé de l'exercice 11

1) **Calculer la longueur FG.**
La longueur de l'hypoténuse FG d'un triangle rectangle est donnée par le théorème de Pythagore :

$$FG = \sqrt{FE^2 + EG^2}.$$

Calculons FE^2 :

$$FE^2 = (5+\sqrt{3})^2 = (5+\sqrt{3})(5+\sqrt{3}).$$

En utilisant la double distributivité :

$$(5+\sqrt{3})(5+\sqrt{3}) = 5\times 5 + 5\times\sqrt{3} + \sqrt{3}\times 5 + \sqrt{3}\times\sqrt{3}$$
$$= 25 + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 3 = 25 + 10\sqrt{3} + 3 = 28 + 10\sqrt{3}.$$

Calculons EG^2 :

$$EG^2 = (5-\sqrt{3})^2 = (5-\sqrt{3})(5-\sqrt{3}).$$

En utilisant la double distributivité :

$$(5-\sqrt{3})(5-\sqrt{3}) = 5\times 5 + 5\times(-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})\times 5 + (-\sqrt{3})\times(-\sqrt{3})$$
$$= 25 - 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3 = 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 28 - 10\sqrt{3}.$$

Additionnons FE^2 et EG^2 :

$$FE^2 + EG^2 = (28+10\sqrt{3}) + (28-10\sqrt{3}) = 28 + 28 = 56.$$

Donc, la longueur de FG est :

$$FG = \sqrt{56} = \sqrt{4\times 14} = 2\sqrt{14}.$$

2) **Déterminer l'aire du triangle EFG.**
L'aire d'un triangle rectangle est donnée par :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\times \text{côté}_1 \times \text{côté}_2.$$

Ici, les côtés de l'angle droit sont $FE = 5+\sqrt{3}$ et $EG = 5-\sqrt{3}$. Donc :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\times(5+\sqrt{3})\times(5-\sqrt{3}).$$

Calculons le produit $(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})$ en utilisant la double distributivité :

$$(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3}) = 5\times 5 + 5\times(-\sqrt{3}) + \sqrt{3}\times 5 + \sqrt{3}\times(-\sqrt{3})$$
$$= 25 - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3 = 25 - 3 = 22.$$

Donc, l'aire du triangle EFG est :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\times 22 = 11 \text{ cm}^2.$$

3) La hauteur issue de E coupe le segment $[FG]$ en H. Nous savons que l'aire d'un triangle est également donnée par :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\times \text{base}\times\text{hauteur}.$$

Ici, la base est FG et la hauteur est EH. Nous avons déjà calculé l'aire du triangle EFG comme étant 11 cm^2 et $FG = 2\sqrt{14}$ cm.
Utilisons ces informations pour trouver EH :

$$11 = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{14}\times EH.$$

Simplifions l'équation :

$$11 = \sqrt{14}\times EH.$$

Donc, la longueur de EH est :

$$EH = \frac{11}{\sqrt{14}} = \frac{11\sqrt{14}}{14} \approx 2.94 \text{ cm}.$$

Corrigé de l'exercice 12
Commençons par calculer n^2 :

$$n = \frac{3+\sqrt{17}}{4}$$

$$n^2 = \left(\frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)^2 = \frac{(3+\sqrt{17})^2}{16}$$

Calculons le numérateur $(3+\sqrt{17})^2$ en utilisant la double distributivité :

$$\begin{aligned}(3+\sqrt{17})^2 &= (3+\sqrt{17})(3+\sqrt{17})\\ &= 3\times 3 + 3\times\sqrt{17} + \sqrt{17}\times 3 + \sqrt{17}\times\sqrt{17}\\ &= 9 + 3\sqrt{17} + 3\sqrt{17} + 17\\ &= 9 + 6\sqrt{17} + 17\\ &= 26 + 6\sqrt{17}\end{aligned}$$

Donc,

$$n^2 = \frac{26+6\sqrt{17}}{16}$$

Calculons $2n^2$:

$$2n^2 = 2\times\frac{26+6\sqrt{17}}{16} = \frac{2\times(26+6\sqrt{17})}{16} = \frac{52+12\sqrt{17}}{16} = \frac{13+3\sqrt{17}}{4}$$

Calculons $3n+1$:

$$3n = 3\times\frac{3+\sqrt{17}}{4} = \frac{3\times(3+\sqrt{17})}{4} = \frac{9+3\sqrt{17}}{4}$$

$$3n+1 = \frac{9+3\sqrt{17}}{4} + \frac{4}{4} = \frac{9+3\sqrt{17}+4}{4} = \frac{13+3\sqrt{17}}{4}$$

Nous avons donc montré que :

$$2n^2 = \frac{13+3\sqrt{17}}{4} = 3n+1$$

Ce qui démontre que :

$$2n^2 = 3n+1$$

Corrigé de l'exercice 13

1) Utilisons le théorème de Pythagore :
   $BC^2 = AB^2 + AC^2 . (5\sqrt{7})^2 \quad = (3\sqrt{7})^2 + AC^2$
   $175 = 63 + AC^2$
   $AC^2 = 112$
   $AC = \sqrt{112}AC \qquad = 4\sqrt{7}$
   La valeur exacte de AC est donc $4\sqrt{7}$ cm.
2) Le périmètre du triangle ABC est la somme des longueurs de ses côtés :

   $$P = AB + AC + BC.$$

   Utilisons les valeurs exactes trouvées :

   $$AB = 3\sqrt{7},\quad AC = 4\sqrt{7},\quad BC = 5\sqrt{7}.$$

   Donc,

   $$P = 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = (3+4+5)\sqrt{7} = 12\sqrt{7}.$$

   Arrondi au millimètre, le périmètre est d'environ $31,75$ cm.

Corrigé de l'exercice 14

.

1) Le périmètre P d'un rectangle est donné par la formule :
$$P = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur}).$$
Ici, la longueur est $\sqrt{50}$ et la largeur est $\sqrt{32}$. Donc,
$$P = 2 \times (\sqrt{50} + \sqrt{32}).$$
Simplifions $\sqrt{50}$ et $\sqrt{32}$:
$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2},$$
$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}.$$
Remplaçons dans la formule du périmètre :
$$P = 2 \times (5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) = 2 \times 9\sqrt{2} = 18\sqrt{2}.$$
Donc, le périmètre exact du rectangle est $18\sqrt{2}$ cm.

2) L'aire A d'un rectangle est donnée par la formule :
$$A = \text{longueur} \times \text{largeur}.$$
Ici, la longueur est $\sqrt{50}$ et la largeur est $\sqrt{32}$. Donc,
$$A = \sqrt{50} \times \sqrt{32}.$$
Utilisons les simplifications précédentes :
$$A = (5\sqrt{2}) \times (4\sqrt{2}).$$
Calculons le produit :
$$A = 5 \times 4 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 20 \times 2 = 40.$$
Donc, l'aire exacte du rectangle est 40 cm^2.

Corrigé de l'exercice 15

Nous allons procéder à un raisonnement par l'absurde.

Supposons que $\sqrt{450} + \dfrac{5}{7}$ est rationnel alors il existe des entiers p et q tels que
$$\sqrt{450} + \frac{5}{7} = \frac{p}{q}$$
On a alors $15\sqrt{2} = \dfrac{p}{q} - \frac{5}{7} = \dfrac{7p - 5q}{7q}$.
$$\text{D'où } \sqrt{2} = \frac{7p - 5q}{105q}$$
Donc on aboutit à une absurdité car on sait que $\sqrt{2}$ est irrationnel et donc il ne peut pas s'écrire sous la forme d'un quotient.
On en déduit que notre supposition est fausse, donc $\sqrt{450} + \frac{5}{7}$ est irrationnel.

Corrigé de l'exercice 16

1) Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $6 + 2\sqrt{3}$.
$$A = \frac{11}{6 - 2\sqrt{3}}$$
$$A = \frac{11 \times (6 + 2\sqrt{3})}{(6 - 2\sqrt{3})(6 + 2\sqrt{3})}$$
$$A = \frac{66 + 22\sqrt{3}}{(6)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2}$$
$$A = \frac{66 + 22\sqrt{3}}{36 - (4 \times 3)}$$
$$A = \frac{66 + 22\sqrt{3}}{36 - 12}$$
$$A = \frac{66 + 22\sqrt{3}}{24}$$
$$A = \boldsymbol{\frac{33 + 11\sqrt{3}}{12}}$$

2) Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $3 - 5\sqrt{x}$.
On vérifie bien que cette expression ne s'annule pas sur D :

$$3 - 5\sqrt{x} = 0$$
$$\iff 5\sqrt{x} = 3$$
$$\iff \sqrt{x} = \frac{3}{5}$$
$$\iff x = \frac{9}{25}$$

Comme $\frac{9}{25} \notin D$, la "quantité conjuguée" $3 - 5\sqrt{x}$ ne s'annule pas sur D.
On peut donc simplifier l'expression :

$$B = \frac{7}{3 + 5\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{7 \times (3 - 5\sqrt{x})}{(3 + 5\sqrt{x})(3 - 5\sqrt{x})}$$

$$B = \frac{21 - 35\sqrt{x}}{(3)^2 - (5\sqrt{x})^2}$$

$$B = \boldsymbol{\frac{21 - 35\sqrt{x}}{9 - 25x}}$$