

## MATHEMATIQUES

### Quelques exercices pour aller plus loin

#### Exercice 1

1. Développer, réduire et ordonner  $(x + 1)^2 - x^2$ .
2. En déduire une écriture de l'entier 2017 sous forme de différence des carrés de deux entiers consécutifs puis recommencer avec l'entier 763.
3. En utilisant judicieusement les informations obtenues dans les questions précédentes, calculer la somme S suivante :

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2015 + 2017$$

#### Exercice 2

Calculer  $9876543215^2 - 9876543213 \times 9876543217$ . Expliquer la démarche.

#### Exercice 3

Confronté aux deux programmes de calcul donnés ci-dessous, Juliette prétend qu'ils sont identiques. Qu'entend-elle par : « Les deux programmes sont identiques. » ? A-t-elle raison ?

Programme 1 :

- Choisir un nombre et lui ajouter 3.
- Elever au carré le nombre obtenu.
- Soustraire 25 puis donner le résultat.

Programme 2 :

- Choisir un nombre  $x$ .
- Calculer  $y$ , la différence de  $x$  et de 2.
- Calculer  $z$ , la somme de  $x$  et de 8.
- Calculer le résultat  $r$ , égal au produit de  $y$  par  $z$ .

#### Exercice 4

Trouver trois entiers consécutifs tels que la différence entre le carré du plus grand et le produit des deux autres soit égale à 2017.

#### Exercice 5

Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs (qui sont alors 1 et lui-même). Ainsi, 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur entier positif; 0 non plus car il est divisible par tous les entiers positifs. Par opposition, un nombre non nul produit de deux nombres entiers différents de 1 est dit composé. Par exemple  $6 = 2 \times 3$  est composé, tout comme  $21 = 3 \times 7$  ou  $7 \times 3$ , mais 11 est premier car 1 et 11 sont les seuls diviseurs de 11.

Soit  $p$  un nombre premier supérieur ou égal à 3.

On pose :  $a = \frac{p+1}{2}$  et  $b = \frac{p-1}{2}$ .

1. Justifier que  $a$  et  $b$  sont des entiers.
2. a. Démontrer que  $a^2 - b^2 = p$ .  
b. Recopier et compléter la phrase : « Tout nombre premier supérieur ou égal à 3 peut s'écrire ..... »
3. Appliquer ce résultat à 23, puis à 37.