MATHEMATIQUES
Développements/Factorisations/Equations : corrigé

Exercice 1

• A est un produit de deux facteurs : $(2x+6)$ et $(5x-3)$. C'est donc une forme factorisée que l'on va développer :

$$\begin{aligned} A &= (2x+6)(5x-3) \\ &= 2x \times 5x - 2x \times 3 + 6 \times 5x - 6 \times 3 \\ &= 10x^2 - 6x + 30x - 18 \\ &= 10x^2 + 24x - 18 \end{aligned}$$

Conseil d'ami

On développe A en s'occupant en premier du signe de chaque terme : « $+$ par $+$ fait $+$ », « $-$ par $-$ fait $+$ »et « $-$ par $+$ fait $-$ »

• B est encore un produit de deux facteurs :

$$\begin{aligned} B &= (x+3)(1-2x) \\ &= x \times 1 - 2x \times x + 3 \times 1 - 3 \times 2x \\ &= x - 2x^2 + 3 - 6x \\ &= -2x^2 - 5x + 3 \end{aligned}$$

Evidemment

On n'oublie pas que $x \times x = x^2$

• C est une différence de deux termes : $9x$ et 18. Il s'agit donc de la factoriser :

$$\begin{aligned} C &= 9x - 18 \\ &= \underline{9} \times x - \underline{9} \times 2 \\ &= 9(x-2) \end{aligned}$$

Il faut le voir

En remarquant que 18 s'écrit 9×2, on peut utiliser la formule $ka + kb = k(a+b)$.

• D est une somme de deux termes : $5x^2$ et $3x$. On la factorise :

$$\begin{aligned} D &= 5\underline{x}^2 + 3\underline{x} \\ &= \underline{x}(5x+3) \end{aligned}$$

Il faut le voir

Dans les termes $5x^2$ et $3x$, il y a un facteur commun x.

Exercice 2

Reconnaître avant de faire

Avant de résoudre une équation, il est important de savoir quelle est sa forme. En fonction de cela, on peut adopter la bonne méthode de résolution. Il y a trois types d'équation à reconnaître : équation du premier degré, équation produit nul et équation du type « $x^2 = a$ ».

a. $\underbrace{(2x+3)(x-5)}_{\text{Produit}} = \underbrace{0}_{\text{Nul}}$
est une équation de type n°2 : produit nul.

$$\begin{array}{rcr} 2x+3=0 & \text{ou} & x-5=0 \\ 2x=-3 & \text{ou} & x=5 \\ x=\dfrac{-3}{2} & \text{ou} & x=5 \end{array}$$

L'équation a deux solutions : $-\dfrac{3}{2}$ et 5.

b. $x^2-5=0$ est une équation de type n°3 : équation carré isolé.
$x^2-5=0$ s'écrit $\underbrace{x^2}_{\text{carré isolé}} = \underbrace{5}_{\text{nombre } a>0}$.

Cette équation a deux solutions : $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

La méthode
On isole le carré en écrivant l'équation sous la forme $x^2=a$.

Il y a deux nombres dont le carré vaut 5 : $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

c. $-2(3-2x)-(2x+6)=0$ est une équation de type n°1 : premier degré.

$$\begin{aligned}
-2(3-2x)-(2x+6) &= 0\\
-6+4x-2x-6 &= 0\\
2x-12 &= 0\\
2x &= 12\\
x &= \frac{12}{2}\\
x &= 6
\end{aligned}$$

La méthode
On développe les produits et on se ramène à une équation du type $ax=b$.

La solution de l'équation est 6.

d. $9-x^2=25$ est une équation de type n°3 : équation carré isolé.

$$\begin{aligned}
9-x^2 &= 25\\
-x^2 &= 25-9\\
-x^2 &= 16\\
x^2 &= -16<0
\end{aligned}$$

Explications
Isoler le carré, c'est écrire l'équation sous la forme $x^2=a$. Cette équation n'a pas de solution. Aucun nombre au carré ne donne un nombre négatif.

e. $(2x-9)(4-5x)=0$ est une équation du type n°2 : équation produit nul.

$$\begin{array}{rcl}
2x-9=0 & \text{ou} & 4-5x=0\\
2x=9 & \text{ou} & -5x=-4\\
x=\dfrac{9}{2} & \text{ou} & x=\dfrac{-4}{-5}\\
x=\dfrac{9}{2} & \text{ou} & x=\dfrac{4}{5}
\end{array}$$

Les solutions de l'équation sont $\frac{4}{5}$ et $\frac{9}{2}$.

f. $3(1-4x)=6$ est une équation de type n°1 : premier degré.

$$\begin{aligned}
3(1-4x) &= 6\\
3-12x &= 6\\
-12x &= 6-3\\
-12x &= 3\\
x &= \frac{3}{-12}=-\frac{1}{4}
\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{1}{4}$.