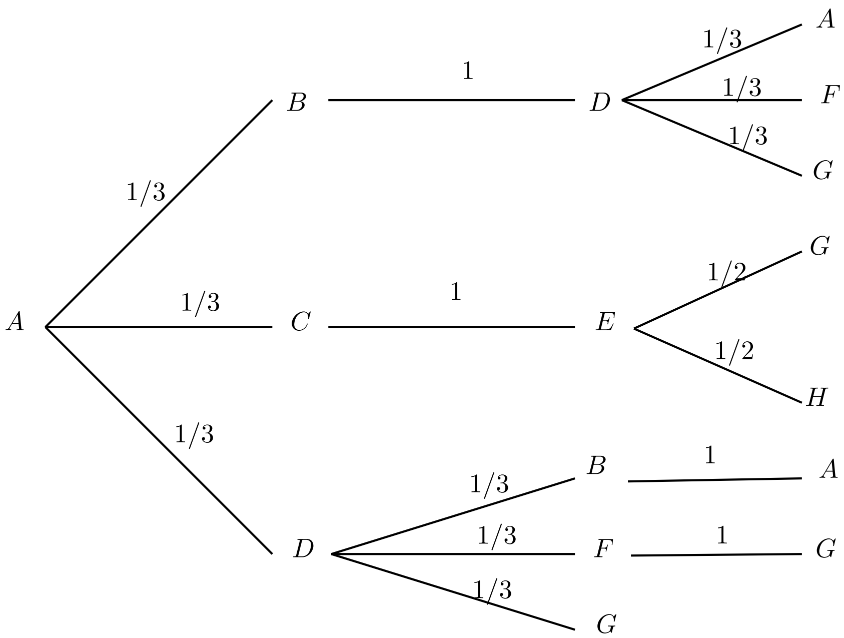
MATHEMATIQUES
Probabilités : sujet d'entraînement 3 (corrigé)

Exercice 1

1. Arbre pondéré décrivant les huit trajets possibles.



Remarques

• N'oubliez pas que si Nabolos franchit 3 portes (entrée A et sortie G exclues) toutes les portes se ferment et la partie est terminée.
• Il passe au hasard d'une salle à une autre, chaque porte possible étant équiprobable. Par exemple, après être entré, il a autant de chances d'entrer dans B, que dans C que dans D. Soit une chance sur trois à chaque fois.

Il y a huit issues possibles :

$A-B-D-A$
$A-B-D-F$
$A-B-D-G$
$A-C-E-G$
$A-C-E-H$
$A-D-B-A$
$A-D-F-G$
$A-D-G$

Attention

Ces huit issues ne sont pas équiprobables.

2. En appliquant le principe multiplicatif à l'unique chemin de l'arbre correspondant au trajet $A-C-E-H$, on justifie que la probabilité d'emprunter ce trajet est égale à $\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$.

Explications

Dans un arbre pondéré, la probabilité d'un chemin est donnée par le produit des probabilités inscrites sur chacune des branches.

3. Exactement quatre chemins de l'arbre conduisent à la réalisation de l'événement « Nabolos remporte la partie », il s'agit des quatre chemins dont l'extrémité droite est G. En appliquant le principe multiplicatif à chacun de ces quatre chemins puis en effectuant la somme des résultats obtenus, on montre que la probabilité de cet événement est :

$$\underbrace{\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{3}}_{\text{Trajet } A-B-D-G} + \underbrace{\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}}_{\text{Trajet } A-C-E-G} + \underbrace{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times 1}_{\text{Trajet } A-D-F-G} + \underbrace{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}_{\text{Trajet } A-D-G} = \frac{1}{9}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{2}.$$

La probabilité que Nabolos remporte la partie est $\dfrac{1}{2}$.

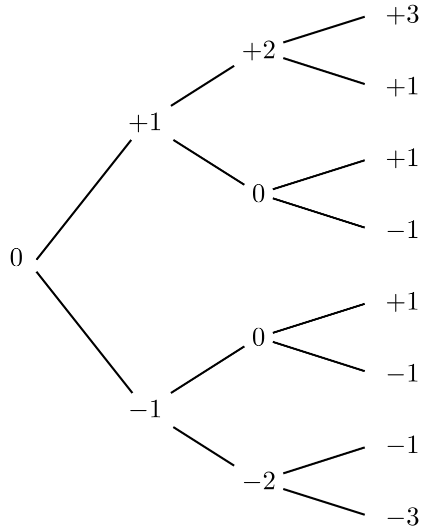
Attention

Le raisonnement consistant à dire que, comme exactement quatre des huit chemins conduisent à la réalisation de l'événement« Nabolos remporte la partie », la probabilité de ce dernier est $\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$ est faux, bien qu'il conduise au résultat numérique attendu. En effet, les huit chemins ne sont pas équiprobables car, si tel était le cas, chacun d'entre eux aurait pour probabilité $\dfrac{1}{8}$.

Exercice 2

1. a. NON. La puce effectue trois sauts d'une unité, elle sera donc soit à droite de l'origine, soit à gauche.

b. L'arbre qui donne les positions finales de la puce après les 3 sauts est le suivant :



Explications

Initialement, la puce est à l'origine, son abscisse est donc 0.
Ensuite soit elle avance d'une unité (+1), soit elle recule d'une unité (−1). Donc pour chaque valeur obtenue (position de la puce) dans l'arbre on obtient au niveau suivant deux nouvelles positions en ajoutant 1 ou en retranchant 1.

Les positions possibles de la puce après trois sauts sont donc les abscisses $+3$, $+1$, -1 et -3.

c. Programme de la fonction complété :

```
def marche():
    x=0
    for i in range(1,4):
        if random()<0.5:
            x=x+1
        else:
            x=x-1
    return(x)
```

d. On conjecture que les positions finales ne sont pas équiprobables. Il semblerait que les positions $+1$ et -1 soient majoritaires.

e. On compte d'abord les différentes positions obtenues.

Position	-3	-1	1	3
Effectif	8	17	19	6
Fréquence	0,16	0,34	0,38	0,12

2. Comme la probabilité qu'elle avance ou recule est la même (0,5), on en déduit que les huit résultats au bout des branches de cet arbre sont équiprobables.
Ainsi,

- la probabilité que la puce soit en $x = 3$ est $\dfrac{1}{8} = 0,125$.
- la probabilité que la puce soit en $x = +1$ est $\dfrac{3}{8} = 0,375$.
- la probabilité que la puce soit en $x = -1$ est $\dfrac{3}{8} = 0,375$.
- la probabilité que la puce soit en $x = -3$ est $\dfrac{1}{8} = 0,125$.

Exercice 3

1. L'algorithme compte le nombre de 5 dans la liste. Il a deux fois le chiffre 5.
on en déduit que la valeur retournée par la fonction exp est 2.

2. Ce programme simule 10 fois l'expérience aléatoire qui consiste à tirer au hasard un entier entre 1 et 5 (inclus) et il compte (grâce à la variable s) le nombre de fois où on obtient 5.
Ce nombre de "5" est retournée par la fonction exp.

3. On remplace l'instruction "return(s)" par l'instruction "return(s/10)". Et voilà !