

Fonction logarithme népérien

Les savoir-faire du chapitre

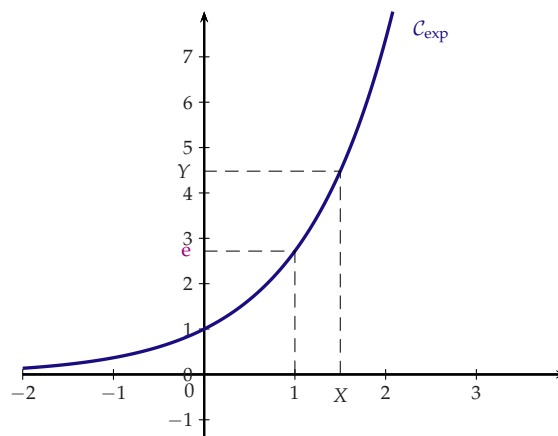
- ▶ 90. Connaître le sens de variation, le signe, les limites, et la courbe représentative de la fonction \ln .
- ▶ 91. Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.
- ▶ 92. Calculer des limites de fonctions logarithmes.
- ▶ 93. Résoudre des équations ou des inéquations contenant des logarithmes.
- ▶ 94. Dériver des fonctions contenant des logarithmes.



L'intro de Nabolos

On considère la fonction exponentielle.

- 1) Justifier par un théorème du cours que, pour tout $Y > 0$, il existe un unique réel X tel que $Y = e^X$.
- 2) Expliquer pourquoi on peut définir une nouvelle fonction qui à Y associe le réel X . Soit ℓ cette fonction.
- 3) Quel est l'ensemble de définition de ℓ ? Quelle est la valeur de $\ell(1)$? de $\ell(e)$?
- 4) Donner son tableau de signe, son tableau de variations et tracer sa représentation graphique sur le graphique ci-dessous.





90

Connaître le sens de variation, le signe, les limites, et la courbe représentative de la fonction \ln .

Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$f(x) = \ln x$. On note \mathcal{C} la courbe représentative de f .

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (justifier)

- 1) 0 a un seul antécédent par f .
- 2) L'image de 1 par f est e .
- 3) L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe \mathcal{C} .
- 4) L'axe des ordonnées est une asymptote à la courbe \mathcal{C} .
- 5) Il n'existe aucun réel x tel que $\ln x > 100$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

91

Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.

1) Exprimer chacun des nombres suivants sous la forme $\ln c$ où c est un réel strictement positif.

- a) $A = \ln 7 + \ln 8$ b) $B = \ln 20 - \ln 4$ c) $C = -\ln 4 + \ln 28$ d) $D = -2 \ln 4$

.....

.....

.....

.....

.....

2) Calculer les nombres réels suivants.

- a) $\ln(0,5) + \ln 2$ b) $3 \ln 2 - \ln 4$ c) $(\ln(e^3))^2$ d) $e^{\ln 2 + \ln 3}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) Exprimer chacun des nombres suivants en fonction de $\ln 3$.

- a) $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$ b) $\ln 24 - \ln 8$ c) $\ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln 4$ d) $2 \ln 3 - \ln 27$

.....

.....

.....

.....

.....





92

Calculer des limites de fonctions logarithmes.

Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((\ln x)^2 - \ln x)$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 2x)$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2)$ 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + x + 1)$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

93

Résoudre des équations ou des inéquations contenant des logarithmes.

1) Résoudre les équations suivantes.

a) $e^x = 2$

b) $e^x = -5$

c) $e^x = \frac{1}{4}$

.....

.....

.....

2) Résoudre les équations suivantes.

a) $\ln x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

c) $\ln x = -\ln 9$

e) $\ln x = -1$;

b) $\ln x = \frac{\ln 5}{2}$

d) $\ln x = 2$;

f) $3 \ln x - 9 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Résoudre les inéquations suivantes.

a) $\ln(x) \geq 1$

c) $\ln(x) \leq \frac{1}{2}$

e) $\ln(2 - 3x) \geq 0$;

b) $\ln(x) > -2$

d) $\ln(x) < 3$

f) $(x - 4) \ln(x) < 0$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....





94

Dériver des fonctions contenant des logarithmes.

Déterminer la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

- 1) $f(x) = 3x + 5 - \ln x$ 2) $f(x) = \ln x + x^4$ 3) $f(x) = \frac{1}{x} + 4 \ln x$ 4) $f(x) = (\ln x)(x + 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

94

Dériver des fonctions contenant des logarithmes.

- 1) $f(x) = \frac{3 - 2 \ln x}{x - 1}$ sur $I =]1; +\infty[$. 2) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$. 3) $f(x) = (\ln x)^3$ sur $I =]0; +\infty[$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

