

## MATHÉMATIQUES

### Intégration : QCM (corrigé)

### Exercice 1

1. Dans ce cas, l'unité d'aire est  $4 \times 0,5 = 2 \text{ cm}^2$ .

$$1,5 \times 2 = 3.$$

Réponse : b.

2. Réponse : a.

3. Dans ce cas, l'unité d'aire est  $4 \times 0,5 = 2 \text{ cm}^2$ .

$$1,5 \times 2 = 3.$$

Réponse : b.

### Exercice 2

$$1. \int_a^b f(t) dt = - \int_b^a f(t) dt = \int_b^a (-f)(t) dt.$$

Réponse : b. et d.

2. Le signe d'une intégrale ne détermine pas le signe de la fonction.

Réponse : c.

**Ne confondez pas !**

Si  $f$  est une fonction positive sur  $[a ; b]$ , alors  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$ .

### Exercice 3

1. Pour tout entier naturel  $n$ ,

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \int_0^1 t^{n+1} f(t) dt - \int_0^1 t^n f(t) dt \\ &= \int_0^1 t^{n+1} f(t) - t^n f(t) dt \\ &= \int_0^1 t^n f(t)(t-1) dt \end{aligned}$$

**Les puissances**

$t^{n+1} = t^n \times t$ , d'où la factorisation  $t^{n+1} - t^n = t^n(t-1)$ .

Comme  $t \in [0 ; 1]$ , alors  $1 - t \leq 0$  et  $f$  est positive, on en déduit que  $\int_0^1 t^n f(t)(t-1) dt \leq 0$  et donc que la suite  $u$  est décroissante.

Réponse : b.

2.

$$\begin{aligned} 0 &\leq t \leq 1 \\ e^0 &\leq e^t \leq e^1 && \text{Car la fonction exp est strictement croissante sur } \mathbb{R}. \\ 1 &\leq e^t \leq e \\ t^n &\leq t^n e^t \leq t^n e && \text{Car } t^n \geq 0. \end{aligned}$$

$$\int_0^1 t^n dt \leq \int_0^1 t^n e^t dt \leq \int_0^1 t^n e dt \quad \text{Conservation de l'ordre de l'intégrale.}$$

$$\text{Or, } \int_0^1 t^n dt = \left[ \frac{t^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{n+1} \text{ et } \int_0^1 t^n e dt = e \int_0^1 t^n dt = e \left[ \frac{t^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{e}{n+1}.$$

Comme  $\frac{1}{n+1} > 0$  et  $\frac{e}{n+1} < e$ , on en déduit que  $u$  est minorée par 0 et majorée par  $e$ .

**Réponse : a. et b.**

$$3. \quad u_n = - \int_0^1 t^n dt = - \frac{1}{n+1}.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1} = 0 \text{ et } - \frac{1}{n+1} < 0.$$

On en déduit que  $u$  est négative et converge vers 0.

**Réponse : a. et b.**