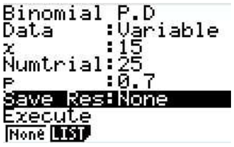
MATHEMATIQUES
Loi binomiale : QCM (corrigé)

Exercice 1

1. **En utilisant la calculatrice :**
On utilise le menu STAT pour calculer $p(X = 15)$.
On sélectionne DIST avec F5, puis BINM toujours avec F5.
On choisit alors BPd pour calculer la probabilité $p(X = 15)$.
On entre les paramètres (bien mettre Variable dans Data, 15 dans x, 25 dans Numtrial (nombre d'essais donc de répétitions) et 0,7 dans p (la probabilité de succès)) :



On obtient Binomial P.D p=0.09163601 qui est la probabilité de l'événement $(X = 15)$.

En utilisant le coefficient binomial :
On peut aussi utiliser la formule :

$$P(X=15) = \underbrace{\binom{25}{15}}_{\text{Coefficient binomial que l'on calcule avec la calculatrice}} \times \underbrace{0,7^{15}}_{\text{Probabilité de succès à la puissance le nombre de succès}} \times \underbrace{0,3^{10}}_{\text{Probabilité de l'échec à la puissance le nombre d'échecs}}$$

Remarques
- Si p est la probabilité de succès, on calcule la probabilité de l'échec par $1 - p$.
- Sur 25 répétitions, s'il y a 15 succès on $25 - 15 = 10$ échecs.

Pour déterminer $\binom{25}{15}$ avec la calculatrice, on entre dans le premier menu RUN-MAT, puis on presse la touche OPTN afin de sélectionner PROB via la touche F3 (pensez à faire défiler avec ▷ pour voir Prob).

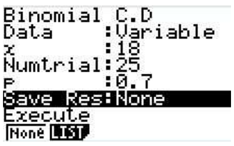
On tape la valeur de n souhaitée (ici $n = 25$), puis nCr, puis la valeur de k (ici $k = 15$). On obtient à l'affichage 25C15.

En appuyant sur EXE, on arrive au résultat : 25C15 3268760. Ce qui signifie que $\binom{25}{15} = 3\ 268\ 760$.
Ainsi, $p(X = 15) = 3\ 268\ 760 \times 0,7^{15} \times 0,3^{10} \simeq 0,092$.

Réponse : d.

2. Pour obtenir $p(X \leqslant 18)$, on procède de la même façon mais on sélectionne BCd au lieu de BPd.

On entre les paramètres (bien mettre Variable dans Data) :



A savoir
$P(X \leqslant 18) = P(X = 0)+P(X = 1)+.......+P(X = 18)$.

On obtient Binomial C.D p=0.65934509 qui est la probabilité de l'événement $(X \leqslant 18)$.

Réponse : c.

$P(X \geqslant 16) = 1 - P(X \leqslant 15)$.

3. Avec la calculatrice, on obtient $P(X \leqslant 15) \simeq 0,189$.
Ainsi, $P(X \geqslant 16) \simeq 1 - 0,189$ soit environ $0,811$.

Pensez-y !

L'événement contraire de $(X \geqslant 16)$ est $(X \leqslant 15)$. Pourquoi faire cela ? Tout simplement parceque la calculatrice permet de calculer les probabilités des événements $(X \leqslant k)$.

Réponse : d.

Exercice 2

1. Les paramètres de X sont $n = 2000$ (nombre de répétitions) et $p = 0,003$ (probabilité de succès).

Réponse : a.

2. L'événement "au moins 12 cônes sont défectueux" est $(X \geqslant 12)$.
Or, $P(X \geqslant 12) = 1 - P(\leqslant 11)$.
Avec la calculatrice, on obtient : $P(X \leqslant 11) \simeq 0,9801$.

Ainsi, $P(X \geqslant 12) \simeq 1 - 0,9801$ soit environ $0,0199$.

Réponse : c.

3. Comme la population française est suffisamment grande pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise, le nombre de « Français qui consomment régulièrement des glaces » dans cet échantillon suit la loi binomiale de paramètres $n = 900$ et $\dfrac{84}{100} = 0,84$.

Dans le menu **TABLE**, appuyer sur OPTN, puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** et saisir $Y1 = BinomialCD(X, 900, 0.84$
On détermine les valeur de X pour lesquelles $Y1$ dépasse pour la première fois 0,025 et 0,975. On obtient : $a = 734$ et $b = 777$.

Ainsi $I = [734\ ;\ 777]$.

Réponse : d.