



MATHEMATIQUES
Suites. Limites de suites : entraînement 3

Exercice 1

Un apiculteur étudie l'évolution de sa population d'abeilles. Au début de son étude, il évalue à 10 000 le nombre de ses abeilles.

Chaque année, l'apiculteur observe qu'il perd 20% des abeilles de l'année précédente.

Il achète un nombre identique de nouvelles abeilles chaque année. On notera c ce nombre exprimé en dizaines de milliers.

On note u_0 le nombre d'abeilles, en dizaines de milliers, de cet apiculteur au début de l'étude.

Pour tout entier naturel n non nul, u_n désigne le nombre d'abeilles, en dizaines de milliers, au bout de la n-ième année. Ainsi, on a

u_0 = 1 et, pour tout entier naturel n, u_{n+1} = 0,8u_n + c.

Partie A

On suppose dans cette partie seulement que c = 1.

- 1. Conjecturer la monotonie et la limite de la suite (u_n).
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, u_n = 5 - 4 x 0,8^n.
3. Vérifier les deux conjectures établies à la question 1. en justifiant votre réponse.
Interpréter ces deux résultats.

Partie B

L'apiculteur souhaite que le nombre d'abeilles tende vers 100 000.

On cherche à déterminer la valeur de c qui permet d'atteindre cet objectif.

On définit la suite (v_n) par, pour tout entier naturel n, v_n = u_n - 5c.

- 1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. En déduire une expression du terme général de la suite (v_n) en fonction de n.
3. Déterminer la valeur de c pour que l'apiculteur atteigne son objectif.

.....

