

MATHEMATIQUES

Vecteurs, droites et plans de l'espace : entraînement savoir-faire (1)

Chapitre 2 : Vecteurs, droites et plans de l'espace.	Evaluation
20. Représenter et utiliser une combinaison linéaire de vecteurs donnés pour résoudre un problème.	●● ● ● ●● ●●

Exercice 1 20

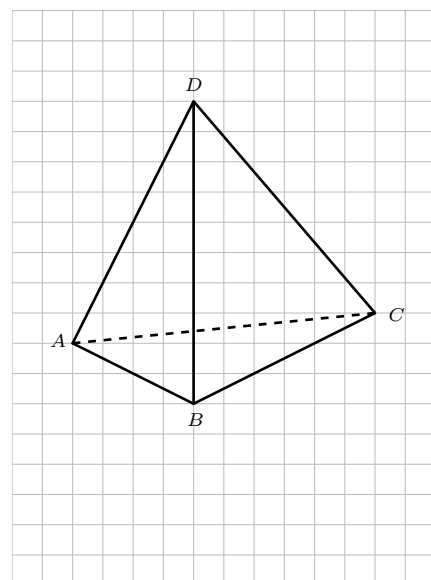
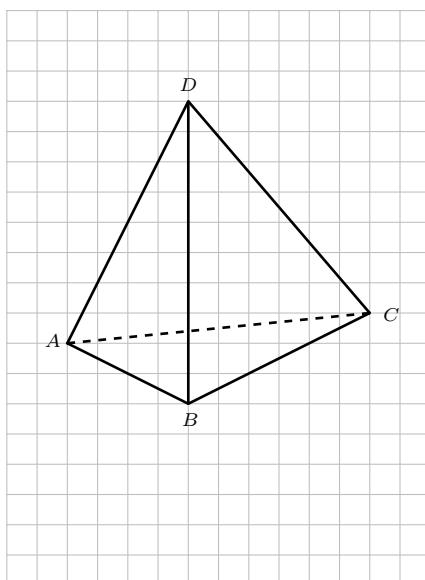
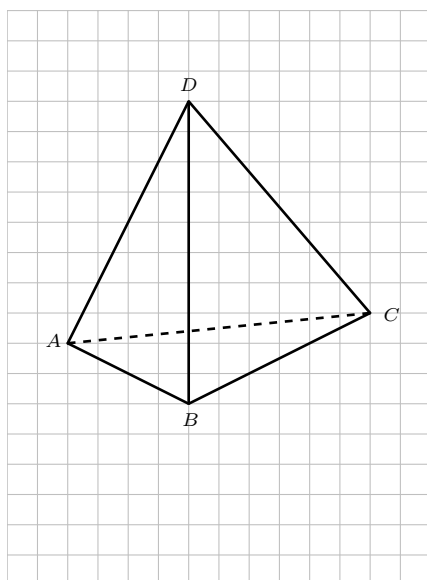
On considère un tétraèdre $ABCD$.

Placer les points M , N et P définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{BP} = \frac{6}{5}\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB}$$

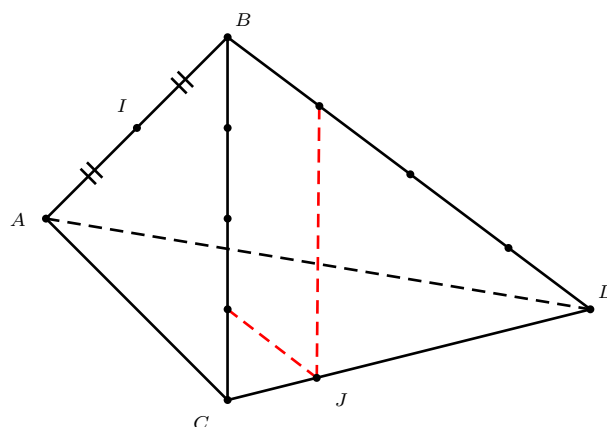


Exercice 2 20

$ABCD$ est un tétraèdre. On appelle I le milieu de $[AB]$ et J un point sur $[CD]$.

1. A l'aide des graduations régulières de la figure, exprimer $\overrightarrow{BJ}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$.
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IB}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.
3. En déduire une expression de $\overrightarrow{IJ}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

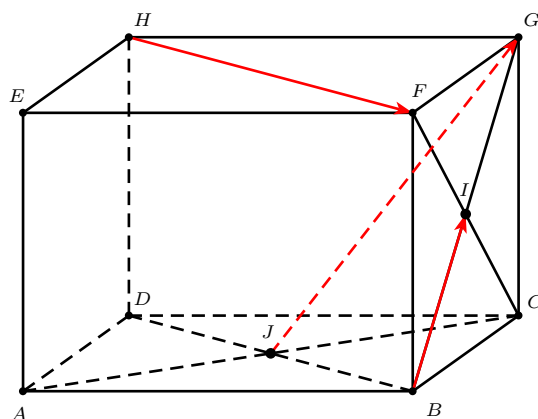
.....



20

I est le milieu du segment $[BC]$ et J est le milieu du segment $[DB]$.

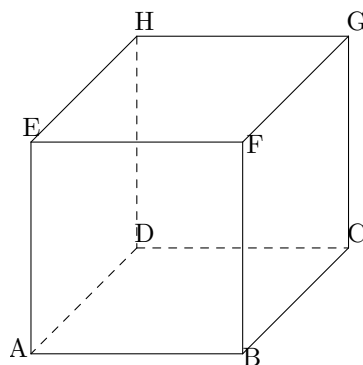
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{BI}$, $\overrightarrow{JG}$ et $\overrightarrow{HF}$ sont coplanaires.

[illegible]

20

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-contre. Les vecteurs suivants sont-ils coplanaires?

- $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{DC}$.

[illegible]

Exercise 5 20

On considère un tétraèdre $ABCD$.

I est le milieu de $[BC]$; G est le centre de gravité du triangle BCD .

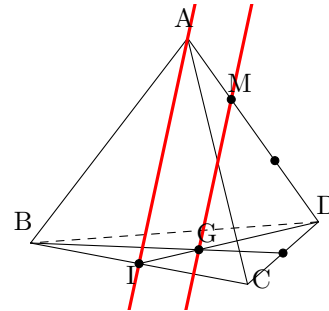
M est le point tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

1. a.

Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DI}$.

b. En déduire que les droites (AI) et (MG) sont parallèles.



Rappel 1 : Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours de ses trois médianes et se situe au $\frac{2}{3}$ de chacun de ses sommets.

Rappel 2 : Le centre de gravité G du triangle BCD vérifie la relation vectorielle : $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.

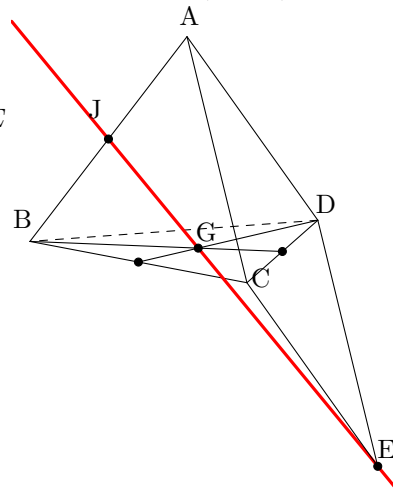
2. Dans ce même tétraèdre, on considère le point J milieu de $[AB]$ et E tel que $CADE$ est un parallélogramme.

a. En utilisant le rappel 2, montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

En déduire que $\overrightarrow{JG} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

b. Montrer que $\overrightarrow{JE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

c. En déduire que les points J , G et E sont alignés.



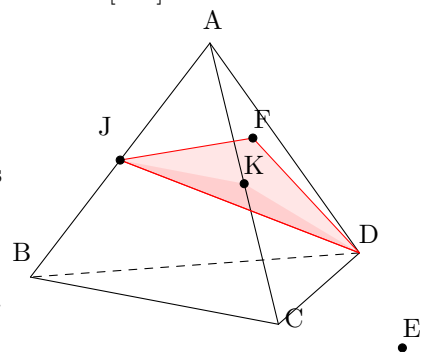
Exercise 6 20

On considère un tétraèdre $ABCD$. J est le milieu de $[AB]$ et K est le milieu de $[AC]$.

On considère le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$.

L'objectif de cet exercice est de montrer que $F \in (DJK)$.

1. **a.** Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{DK}$ et $\overrightarrow{DF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
b. En déduire que $\overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{DJ} + 3\overrightarrow{DK}$
2. Expliquer pourquoi les vecteurs $\overrightarrow{DJ}$ et $\overrightarrow{DK}$ ne sont pas colinéaires. Conclure.

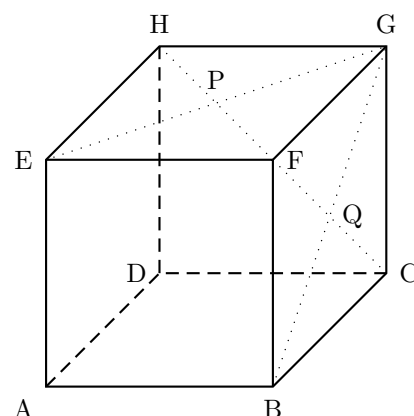


This image shows a full page of dot grid paper. It features approximately 20 horizontal rows of small, evenly spaced black dots on a white background. The dots are arranged in straight lines across the width of the page, providing a guide for handwriting or drawing without solid lines.

Exercice 7 20

$ABCDEFGH$ est un cube dont l'arête mesure 2 cm. P et Q sont les centres respectifs des faces $EFGH$ et $BCGF$.

1. Tracer en vraie grandeur le patron du cube (avec les points P et Q).
2. Calculer EP .
3. En quel point le triangle AEP est-il rectangle?
4. En déduire que $AP = \sqrt{6}$ cm.
5. En utilisant le triangle BEG , calculer PQ .
6. Quel nom peut-on donner au solide $GEBF$? Calculer alors son volume.

[illegible]